

Ջանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր

10-րդ դասարան, հիմնական ծրագիր

Գ.Գ. Գևորգյան, Ա.Ա. Սահակյան, 2009 թ./2017թ.

<https://fliphtml5.com/fumf/tbi>

Թեմա 2. Եռանկյունաչափության տարրերը (24 ժամ)

§1. Ռադիան: Դրական և բացասական պտույտներ,

Էջ 23 - 27

Դաս 19, 20

Առաջադրանքներ 69 -75

Տեսական նյութի ամրապնդման հարցեր, էջ 25, 1- 6

Լրացուցիչ նյութեր

1. Վերածել ռադիանի.

ա) 30° , բ) 120° , գ) 135° , դ) 225° ,
ե) 210° , զ) 36° , է) 240° , ը) 100° :

2. Վերածել աստիճանի.

ա) $\frac{\pi}{2}$, բ) $\frac{\pi}{3}$, գ) $\frac{\pi}{4}$, դ) $\frac{\pi}{6}$,
ե) $\frac{3\pi}{4}$, զ) $\frac{2\pi}{3}$, է) $\frac{3\pi}{2}$, ը) $\frac{5\pi}{4}$:

3. Միավոր շրջանագծի վրա ցույց տվեք այն կետը, որը ստացվում է (1; 0) կետի տրված անկյունով պտույտից.

ա) $\frac{\pi}{4}$, բ) $-\frac{\pi}{3}$, գ) $-\frac{3\pi}{4}$, դ) $\frac{4\pi}{3}$, ե) 135° , զ) -225° :

4. Գտնել այն կետի կոորդինատները, որը ստացվում է A(1; 0) կետը տրված անկյունով պտտելիս.

ա) 3π , բ) $-\frac{7}{2}\pi$, գ) $\frac{15}{2}\pi$, դ) 5π , ե) 540° , զ) 810° :

5. Տրված կոորդինատներով կետը ստանալու համար ի՞նչ անկյուններով է պետք պտտել A(1; 0) կետը: Բերե՛ք մի քանի օրինակներ:

ա) (1; 0), բ) (- 1; 0), գ) (0; 1), դ) (0; -1):

6. <https://www.youtube.com/watch?v=rktUfRohSXw>

<https://www.youtube.com/watch?v=XPoqS8QkIek>

https://docs.google.com/document/d/1K5h_VQu59IbjeAovY39tYdkVnKYggM3lFJm2CpFd_m-0/edit

§2. Թվային արգումենտի եռանկյունաչափական ֆունկցիաները,

Էջ 27 - 30

Դաս՝ 21 -23

Առաջադրանքներ 82 - 90

Տեսական նյութի ամրապնդման հարցեր, էջ 29, 1- 7

Լրացուցիչ նյութեր.

1. Միավոր շրջանագծի վրա կառուցել α -ին համապատասխան կետեր, եթե

ա) $\sin \alpha = 1$, բ) $\sin \alpha = 0$, գ) $\cos \alpha = -1$, դ) $\cos \alpha = 0$,

ե) $\sin \alpha = 0,6$, զ) $\sin \alpha = 0,5$, Է) $\cos \alpha = \frac{1}{3}$:

Հաշվել (2 - 4) .

2. ա) $2 \cos 60^\circ + \sqrt{3} \cos 60^\circ$,

բ) $2 \sin 30^\circ + 6 \cos 60^\circ - 4 \operatorname{tg} 45^\circ$,

գ) $2 \operatorname{ctg} 90^\circ - 3 \cos 270^\circ + 5 \sin 0^\circ$,

դ) $\operatorname{tg} 360^\circ - \frac{3}{4} \sin 270^\circ - \frac{1}{4} \cos 180^\circ$,

ե) $\operatorname{tg}^2 30^\circ + 2 \sin 60^\circ - \operatorname{tg} 45^\circ + \cos^2 30^\circ$,

զ) $\operatorname{ctg}^2 45^\circ + \cos 60^\circ - \sin^2 60^\circ + \frac{3}{4} \operatorname{ctg}^2 60^\circ$:

3. ա) $\sin 3\pi - \cos \frac{3\pi}{2}$, բ) $\cos 0 - \cos 3\pi + \cos 3,5\pi$,

գ) $\sin \pi k + \cos 2\pi k, k \in Z$, դ) $\cos \frac{(2k+1)\pi}{2} - \sin \frac{(4k+1)\pi}{2}, k \in Z$:

4. ա) $\operatorname{tg} \pi + \cos \pi$, բ) $\operatorname{tg} 0^\circ - \operatorname{tg} 180^\circ$,

գ) $\operatorname{tg} \pi + \sin \pi$, դ) $\cos \pi - \operatorname{tg} 2\pi$

5. Կարո՞ղ է արդյոք $\sin \alpha$ -ն կամ $\cos \alpha$ -ն հավասար լինել՝

ա) 0, 049, բ) - 0,345, գ) $-\sqrt{2}$, դ) $2 + \sqrt{27}$:

6. https://mathnet.am/interact_1/sin_cos_1000.html

§3. Եռանկյունաչափական ֆունկցիաների նշանները՝ ըստ քառորդների,

Էջ 30 - 33

Դաս 24 , 25

Առաջադրանքներ 92 - 100

Տեսական նյութի ամրապնդման հարցեր, էջ 32, 1- 6

Լրացուցիչ նյութեր.

1. Ո՞ր քառորդի անկյուն է α -ն, եթե

ա) $\alpha = \frac{\pi}{6}$, բ) $\alpha = -\frac{\pi}{6}$, գ) $\alpha = \frac{5\pi}{4}$, դ) $\alpha = -\frac{5\pi}{4}$,

ե) $\alpha = 4,8$, զ) $\alpha = -1,31$, Ճ) $\alpha = -2,7$, է) $\alpha = \frac{7\pi}{6}$

2. Պարզե՛ք արտահայտության նշանը.

ա) $\sin 177^\circ$, բ) $\operatorname{tg} 145^\circ$, գ) $\cos 410^\circ$, դ) $\sin(-75^\circ)$,

ե) $\cos 280^\circ$, զ) $\cos 500^\circ$, է) $\cos(-116^\circ)$, ը) $\operatorname{ctg} 305^\circ$:

3. Պարզե՛ք արտահայտության նշանը.

ա) $\sin \frac{5\pi}{4}$ բ) $\cos \frac{2\pi}{3}$, գ) $\sin \frac{7\pi}{4}$, դ) $\sin \frac{11\pi}{6}$,

ե) $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4}$, զ) $\operatorname{ctg} \frac{5\pi}{7}$, է) $\operatorname{tg}\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$, ը) $\cos\left(-\frac{5\pi}{4}\right)$:

4. <https://www.youtube.com/watch?v=PbsZPkmgm-R0>

§4. Հիմնական եռանկյունաչափական նույնություններ,

էջ 34 – 37

Դաս 26, 27, 28

Առաջադրանքներ 102 - 114

Տեսական նյութի ամրապնդման հարցեր, էջ 35, 1-4

Լրացուցիչ նյութեր.

1. Կարո՞ղ են միաժամանակ տեղի ունենալ հետևյալ հավասարությունները.

ա) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$; $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$, բ) $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$; $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$,

գ) $\sin \alpha = \frac{1}{5}$; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{24}}$, դ) $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$; $\cos \alpha = \frac{3}{4}$:

2. Գտնել արտահայտության արժեքը նշված պայմանների դեպքում.

- 1) $\sin \alpha; \cos \alpha = -0,6, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi,$
- 2) $\sin \alpha; \cos \alpha = -0,6, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi,$
- 3) $\sin \alpha; \cos \alpha = \frac{8}{17}, \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi,$
- 4) $\cos \alpha; \sin \alpha = -\frac{3}{5}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2},$
- 5) $\operatorname{ctg} \alpha; \cos \alpha = \frac{20}{29}, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2},$
- 6) $\cos \alpha; \operatorname{tg} \alpha = 3, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2},$
- 7) $\sin \alpha; \operatorname{tg} \alpha = -\frac{2}{5}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi,$
- 8) $\operatorname{tg} \alpha; \sin \alpha = \frac{4}{5}, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}:$

3. Հատնի, որ $\operatorname{tg} \alpha = 2$: Գտնել արտահայտության արժեքը.

$$\begin{aligned} \text{ա) } & \frac{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha}, & \text{բ) } & \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}, \\ \text{գ) } & \frac{2 \sin \alpha + 3 \cos \alpha}{3 \sin \alpha - 5 \cos \alpha}, & \text{դ) } & \frac{\sin^2 \alpha + 2 \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} : \end{aligned}$$

4. <https://www.youtube.com/watch?v=2QHHiQyrDZA>
<https://sovorir.am/site/lesson/id/2499>
<https://wordwall.net/resource/3095629/%D5%B0%D5%AB%D5%B4%D5%B6%D5%A1%D5%AF%D5%A1%D5%B6-%D5%A5%D5%BC%D5%A1%D5%B6%D5%AF%D5%B5%D5%B8%D6%82%D5%B6%D5%A1%D5%B9%D5%A1%D6%83%D5%A1%D5%AF%D5%A1%D5%B6-%D5%B6%D5%B8%D6%82%D5%B5%D5%B6%D5%B8%D6%82%D5%A9%D5%B5%D5%B8%D6%82%D5%B6%D5%B6%D5%A5%D6%80>
 =

§5. Բերման բանաձևեր,

Էջ 37 - 41

Դաս 29, 30

Առաջադրանքներ 117 - 123

Տեսական նյութի ամրապնդման հարցեր, էջ 40, 1-4

Լրացուցիչ նյութեր.

1. Գտնել α սուր անկյան այն արժեքը, որի դեպքում ճիշտ է հավասարությունը.

ա) $\cos 75^\circ = \cos(90^\circ - \alpha)$, բ) $\sin 150^\circ = \sin(90^\circ + \alpha)$,

գ) $\sin 150^\circ = \sin(180^\circ - \alpha)$, դ) $\cos 310^\circ = \cos(270^\circ + \alpha)$,

ե) $\sin \frac{5\pi}{4} = \sin(\pi + \alpha)$, զ) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{5} = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$,

է) $\cos \frac{7\pi}{4} = \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$, ը) $\operatorname{ctg} \frac{11}{6}\pi = \operatorname{ctg}(2\pi - \alpha)$:

2. Օգտագործելով բերման բանաձևերը՝ հաշվել.

ա) $\cos 150^\circ; \cos 120^\circ; \cos 225^\circ$, բ) $\sin 135^\circ; \sin 210^\circ; \sin 315^\circ$,

գ) $\operatorname{ctg} 135^\circ; \operatorname{tg} 240^\circ; \operatorname{tg} 150^\circ$, դ) $\sin \frac{7\pi}{6}; \cos \frac{5\pi}{3}; \operatorname{ctg} \frac{5\pi}{3}$:

3. Գտե՛ք արտահայտության արժեքը նշված պայմանների դեպքում.

ա) $6 \cos\left(\frac{3}{2}\pi - \lambda\right); \cos \lambda = \frac{\sqrt{39}}{8}, \frac{3}{2}\pi < \lambda < 2\pi$,

բ) $8 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \lambda\right); \cos \lambda = \frac{\sqrt{17}}{9}, \frac{3}{2}\pi < \lambda < 2\pi$,

գ) $\frac{15}{\sqrt{2}} \cos(\pi + \lambda); \sin \lambda = -\frac{1}{3}, \pi < \lambda < \frac{3}{2}\pi$,

դ) $15 \cos(2\pi - \lambda); \sin \lambda = \frac{\sqrt{5}}{3}, \frac{\pi}{2} < \lambda < \pi$:

4. <https://sovorir.am/site/lesson/id/2500>

§6. Երկու անկյունների գումարի և տարբերության եռանկյունաչափական ֆունկցիաների բանաձևերը,

էջ 42 - 46

Դաս 31, 32, 33

Առաջադրանքներ 126 - 136

Տեսական նյութի ամրապնդման հարցեր, էջ 44, 1-4

Լրացուցիչ նյութեր.

1. Օգտվելով

երկու անկյունների գումարի կամ տարբերության եռանկյունաչափական ֆունկցիաների բանաձևից՝ հաշվել.

$$\text{ա) } \cos 135^\circ, \quad \text{բ) } \sin 120^\circ, \quad \text{գ) } \cos 150^\circ, \quad \text{դ) } \sin 240^\circ :$$

2. Պարզեցնել.

$$1) \cos 107^\circ \cos 17^\circ + \sin 107^\circ \sin 17^\circ,$$

$$2) \cos 36^\circ \cos 24^\circ - \sin 36^\circ \sin 24^\circ,$$

$$3) \sin 63^\circ \cos 27^\circ + \cos 63^\circ \sin 27^\circ,$$

$$4) \sin 51^\circ \cos 21^\circ - \cos 51^\circ \sin 21^\circ,$$

$$5) \cos 18^\circ \cos 63^\circ + \sin 18^\circ \sin 63^\circ,$$

$$6) \cos 311^\circ \cos 19^\circ - \sin 311^\circ \sin 19^\circ,$$

$$7) \sin 14^\circ \cos 254^\circ - \sin 254^\circ \sin 14^\circ,$$

$$8) \frac{\operatorname{tg} 22^\circ + \operatorname{tg} 23^\circ}{1 - \operatorname{tg} 22^\circ \cdot \operatorname{tg} 23^\circ},$$

$$9) \frac{\operatorname{tg} \frac{2\pi}{3} - \operatorname{tg} \frac{5\pi}{12}}{1 + \operatorname{tg} \frac{2\pi}{3} \cdot \operatorname{tg} \frac{5\pi}{12}},$$

$$10) \frac{\operatorname{tg} 1^\circ + \operatorname{tg} 224^\circ}{1 + \operatorname{tg} 1^\circ \cdot \operatorname{tg} 136^\circ} :$$

§7. Կրկնակի անկյան եռանկյունաչափական ֆունկցիաների բանաձևերը,

Էջ 46 - 48

Դաս 34, 35, 36

Առաջադրանքներ 138 - 149

Տեսական նյութի ամրապնդման հարցեր, էջ 46, 1-3

Լրացուցիչ նյութեր.

1. Հաշվել արտահայտության արժեքը.

$$\text{ա) } 2 \sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ, \quad \text{բ) } \cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ, \quad \text{գ) } 2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8},$$

$$\begin{array}{lll} \eta) \cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}, & \zeta) \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{8}}, & \vartheta) (\cos 75^\circ - \sin 75^\circ)^2, \\ \varepsilon) 2 \sin 75^\circ \cdot \cos 75^\circ, & \eta) \frac{6 \operatorname{tg} 75^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 75^\circ}, & \theta) \frac{1 - \operatorname{tg}^2 22^\circ 30'}{2 \operatorname{tg} 22^\circ 30'}: \end{array}$$

2. Պարզեցնել արտահայտությունը.

$$\begin{array}{lll} \omega) 2 \cos 40^\circ \cdot \cos 50^\circ, & \rho) 2 \sin 25^\circ \cdot \sin 65^\circ, & \vartheta) \sin 2\alpha + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2, \\ \eta) \cos 4\alpha + \sin^2 2\alpha, & \zeta) \frac{\sin 2\alpha}{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1}, & \vartheta) \frac{1 + \cos 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha}: \end{array}$$

3. Հաշվել $\sin 2\alpha$ -ն, եթե.

$$\begin{array}{ll} \omega) \sin \alpha = \frac{2}{5}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi, & \rho) \cos \alpha = -\frac{4}{5}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}, \\ \vartheta) \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{2}, & \eta) \sin \alpha - \cos \alpha = -\frac{1}{3}: \end{array}$$

4. Հաշվել $\cos 2\alpha$ -ն, եթե.

$$\omega) \cos \alpha = \frac{4}{5}, \quad \rho) \sin \alpha = -\frac{3}{5}:$$

5. Ապացուցել նույնությունը.

$$\begin{array}{l} \omega) \sin 2\alpha = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1, \\ \rho) (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - \sin 2\alpha, \\ \vartheta) \cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = \cos 2\alpha, \\ \eta) 2 \cos^2 \alpha - \cos 2\alpha = 1: \end{array}$$

6. https://www.youtube.com/watch?v=EsognVBW_Wc

§8. Կես անկյան եռանկյունաչափական ֆունկցիաների բանաձևերը,

Էջ 49 - 51

Դաս 37, 38, 39

Առաջադրանքներ 152 - 158

Տեսական նյութի ամրապնդման հարցեր, էջ 50, 1-2

Լրացուցիչ նյութեր.

1. Հաշվել արտահայտության արժեքը.

$$\omega) \sin^2 15^\circ, \quad \rho) \cos^2 75^\circ, \quad \vartheta) \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{8},$$

դ) $ctg^2 \frac{\pi}{12}$, ե) $\cos 15^\circ$, գ) $tg 22^\circ 30'$:

2. Դիցուք $\cos \alpha = 0,6$ և $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$: Զաշվել.

ա) $\sin \frac{\alpha}{2}$, բ) $\cos \frac{\alpha}{2}$, գ) $tg \frac{\alpha}{2}$, դ) $ctg \frac{\alpha}{2}$:

3. Դիցուք $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ և $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$: Զաշվել.

ա) $\sin \frac{\alpha}{2}$, բ) $\cos \frac{\alpha}{2}$, գ) $tg \frac{\alpha}{2}$, դ) $ctg \frac{\alpha}{2}$:

4. Ապացուցել նույնություները.

ա) $2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right) = 1 + \sin \alpha$, բ) $\frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} \cdot ctg \alpha = 1$,

գ) $2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right) = 1 - \sin \alpha$, դ) $\frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = tg \alpha$:

5. Գտնել արտահայտության արժեքը նշված պայմանների դեպքում.

ա) $8\sqrt{2} \sin \frac{\alpha}{2}$; $\sin \alpha = \frac{-5\sqrt{7}}{16}$, $3\pi < \alpha < \frac{7}{2}\pi$,

բ) $3\sqrt{15} tg \frac{\alpha}{2}$; $\sin \alpha = \frac{-\sqrt{15}}{8}$, $\frac{3}{2}\pi < \alpha < 2\pi$,

գ) $(3 + \sqrt{8}) \cdot ctg \frac{\alpha}{2}$; $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$,

դ) $\sqrt{10} \cos \frac{\alpha}{2}$; $\sin \alpha = \frac{-\sqrt{24}}{5}$, $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$:

6. <https://www.youtube.com/watch?v=ECtwJO2iMho>