§35. Անկախ և կախյալ պատահույթներ

Պատահույթի հավանականություն

Հավանականությունը մաթեմատիկայի կարևոր մասերից մեկն է: Այն շատ կարևոր տեղ ունի դրամային շուկաներում, եղանակի կանխատեսման համար, քվանտային տեսությունում և այլ բնագավառներում, երբ վիճակագրությունը կիրառվում է իրական խնդիրներում:

1. Հավանականությունների բառարանը

- Երբ դուք ցանկանում եք կանխատեսել ինչ-որ բանի ապագայում պատահելու հնարավորությունը, ապա օգտագործում եք հավանականությունը.
  - **Փորձը** կրկնվող պրոցես է, որի արդյունքում ձևավորվում են **ելքերը**
  - **Պատահույթը** *մեկ կամ մի քանի* ելքերի բազմությունն է
  - **Նմուշների տարածությունը** փորձի բոլոր հնարավոր ելքերի բազմությունն է
- Պատահույթների և նմուշների տարածությունները բազմություններ են և բազմությունների տերմիններն էլ օգտագործվում են դրանք նկարագրելու համար: Լատիներեն մեծատառերով նշանակում են պատահույթները: Պատահույթի հավանականությունը փորձի արդյունքում պատահույթի պատահելու հնարավորությունն է:
  - Երբ բոլոր ելքերն հավասարապես հնարավոր են, **պատահույթի հավանականությունը** այդ պատահույթի բոլոր ելքերի քանակի և նմուշների տարածության բոլոր հնարավոր ելքերի քանակի հարաբերությունն է
  - Անհնար պատահույթն ունի 0 հավանականություն, իսկ հավաստի պատահույթի հավանականությունը 1 է:
  - Քանի որ բոլոր պատահույթների հավանականություններն ընկած են անհնար և հավաստի պատահույթների հավանականությունների միջև, ապա հավանականությունները սովորաբար գրվում են սովորական կոտորակի կամ տասնորդական թվի տեսքով, ինչպես նաև տոկոսներով: Այս գրքում կօգտագործենք կոտորակներն ու տասնորդական թվերը:

Օրինակ 1

Չկեղծված զառի նիստերի վրա գրված են 1-ից 6 թվերը: Մեկ անգամ զառը նետելուց հետո գրացնել են վերին նիստի վրա գրված թիվը:

ա. Գտնել հավանականությունը, որ վերին նիստի վրա կլինի 5 թիվը:

բ. Գտնել կենտ թիվ դուրս բացվելու հավանականությունը:

ա. Զառն ունի 6 նիստ և մեկ նիստի վրա կլինի 5 թիվը, հետևաբար 5 թիվը վերին նիստի վրա լինելու հավանականությունը կլինի $\frac{1}{6}$ կամ 0,16:

բ. Կենտ թվերն են 1, 3, 5: Հետևաբար կենտ թիվ բացվելու հավանականությունը կլինի $\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$ կամ 0,5:

Նմուշների տարածությունն ունի 6 ելք՝ 1, 2, 3, 4, 5 և 6, քանի որ բոլոր թվերն են կարող են բացվել:

Մեկ ելքի դեպքում վերին նիստին 5 կբացվի՝ բաժանած 6 հնարավոր ելքերի քանակի վրա:

3 ելք համապատասխանում է կենտ բացվելու պայմանին՝ 1, 3, 5:

3 ելքերի քանակը բաժանենք 6 հնարավոր ելքերի քանակի վրա:

Օրինակ 2

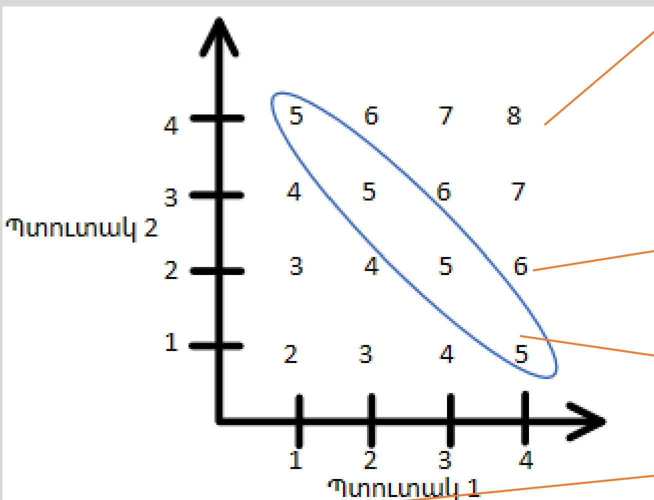
Երկու չկեղծված պտուտակ (spinner) ունեն 4 նիստ, որոնց վրա գրված են 1-ից 4 թվերը: Երկու պտուտակը միաժամանակ նետելուց հետո գրանցում են նրանց վրա բացված թվերի գումարը:

Գտնել հավանականությունը, որ այդ գումարը կլինի

ա. ճիշտ 5

բ. 5-ից մեծ

Պտուտակների վրա բացված թվերը ներկայացնելու համար գծել երկու առանցք:



Դիագրամի 16 կետերը ներկայացնում են նմուշների տարածությունը:

Ընդամենը կա 16 թիվ, որոնցից յուրաքանչյուրը հավասարապես հնարավոր է, քանի որ պտուտակը կանոնավոր է:

Այս հատվածում կա 4 ելք. 1+4, 2+3, 3+2, 4+1

F-ով նշանակված է «թվերի գումարը ճիշտ 5 է» պատահույթը

Ընդամենը կա չորս հատ 5 և 16 ելք: Հետևաբար

P() անգլերեն Probability (հավանականություն) բառից է:

ա. $P(F) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

բ. $P(5 - \text{ից մեծ}) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

6 ելքի համար գումարը մեծ է 5-ից՝ քառակուսու վերին աջ մասում: 2+4, 3+4, 4+4, 3+3, 4+3, 4+2: Պատասխանը կարելի է գրել 0,375:

Խնդիր 5Ա.

Հետևյալ փորձերի համար պարզել նմուշների տարածությունը և հաշվել պատահույթների հավանականությունը.

1. Կանոնավոր զառը նետում են մեկ անգամ և գրանցում են, թե բացված թիվը կենտ է թե զույգ: Գտնել զույգ բացվելու հավանականությունը:

2. Նետում են երկու մետաղադրամ: Գտնել հավանականությունը, որ երկուսի վրա էլ կբացվի միևնույն երեսը:
3. Թղթախաղի տուփում կա 52 խաղաթուղթ, որից հանում են մեկ խաղաթուղթ: Գտնել հավանականությունը, որ այն սիրտ նշանով է:
4. 52 խաղաթղթի տուփից հանում են մեկը, գրանցում նշանը և վերադաձնում տուփ: Ապա հանում են ևս մեկ թղթադրամ: Գտնել կամայական հերթականությամբ ագռավի և խաչի նշաններ դուրս գալու հավանականությունը:
5. Նետում են զառ և մետաղադրամ: Գտնել զինանշան և 6 բացվելու հավանականությունը:
6. Նետում են 2 հատ 6 նիստանի զառ և գրանցում կողային նիստերի վրա բացված երկու ամենամեծ թվերի արտադրյալը: Գտնել հավանականությունը, որ արդյունքը մեծ է 24-ից:

Պայմանական հավանականությունը կարելի է ներկայացնել ծառաձև դիագրամով

Օրինակ 10

Մոտոցիկլավարների մրցաշարին հանդիսատեսի թիվը կախված է եղանակից: Անձրևոտ եղանակին շատ հանդիսատես ունենալու հավանականությունը 0,4 է, իսկ լավ եղանակին այն հասնում է 0,9: Եղանակի տեսության կանխատեսմամբ մրցման օրը անձրևի հավանականությունը 0,75 է:

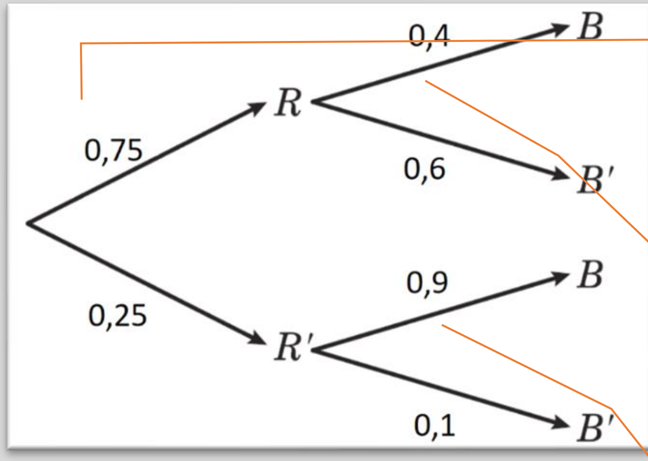
ա. Այս տեղեկությունները ներկայացրեք ծառաձև դիագրամի միջոցով:

Գտնել հավանականությունը, որ

բ. կա շատ հանդիսատես և անձրևում է

բ. կա շատ հանդիսատես

ա. Կա երկու պատահույթ. «R պատահույթ, որ կանձրևի», «B պատահույթ, որ շատ հանդիսատես կլինի»: Առաջին ճյուղը ներկայացնում է անձրևի առկայությունը, իսկ երկրորդը՝ հանդիսատեսի քանակը:



$P(R) = 0{,}75)$ և $P(R') = 0{,}25$ գրված են առաջին ճյուղերի վրա

Եթե իրոք անձրև գա, ապա շատ հանդիսատես գալու հավանականությունը՝ $P(B|R) = 0{,}4$: Հետևաբար երկրորդ մակարդակի վրա R-ից հետո գրում ենք $0{,}4$: Ներքևի ճյուղի վրա կգրենք $1 - 0{,}4 = 0{,}6$:

$P(B|R') = 0{,}9$, հետևաբար R'-ից հետո գրում ենք $0{,}9$: Մյուս ճյուղի վրա կստանանք՝ $1 - 0{,}9 = 0{,}1$:

Բազմապատկման օրենքը կիրառելով՝ կհաշվենք հավանականությունները.

բ.

$$P(B \cap R) = P(B|R)P(R)$$

$$= 0{,}4 \cdot 0{,}75 = 0{,}3$$

Սա վերին ճյուղերի $0{,}4 \cdot 0{,}75$ արտադրյալն է: Բազմապատկում ենք պատահույթների ճյուղերի ուղղությամբ՝ R և ապա B պատահույթների:

գ. Կարող է անձրևել և շատ հանդիսատես լինել, կամ կարող է անձրև չգալ և շատ հանդիսատես լինել.

$$P(B) = 0{,}3 + P(B|R')P(R')$$

$$= 0{,}3 + 0{,}25 \cdot 0{,}9 = 0{,}525$$

Սա ա.-ի պատասխանն է, գումարած հավանականությունը, որը ստացվում է R'-ից B շարժվելիս հավանականությունների բազմապատկելուց:

Կարևոր է հիշել, որ **ճյուղերով առաջ շարժվելիս** հավանականությունները **բազմապատկվում են,** իսկ **մի ճյուղից մյուսն անցնելիս՝ գումարվում**: Երկրորդ կարգի ճյուղերը պայմանական են առաջինի նկատմամբ :

Օրինակ 11

1. A և B երկու պատահույթներ են և $P(A|B) = 0{,}1$, $P(A|B') = 0{,}6$, իսկ $P(B) = 0{,}3$: Գտնել.

ա. $P(A \cap B)$ բ. $P(A \cup B')$ գ. $P(A)$ դ. $P(B|A)$ ե. $P(B|A')$

ա. Բազմապատկման օրենքը կիրառելով՝ կստանանք.

$$P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$$

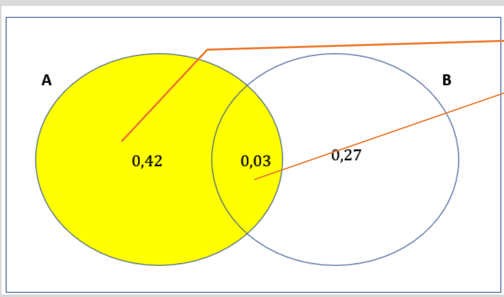
$$= 0,1 \cdot 0,3 = 0,03$$

բ. Բազմապատկման օրենքը կիրառելով՝ կստանանք.

$$P(A \cap B') = P(A|B') \cdot P(B')$$

$$0,6 \cdot 0,7 = 0,42$$

գ.



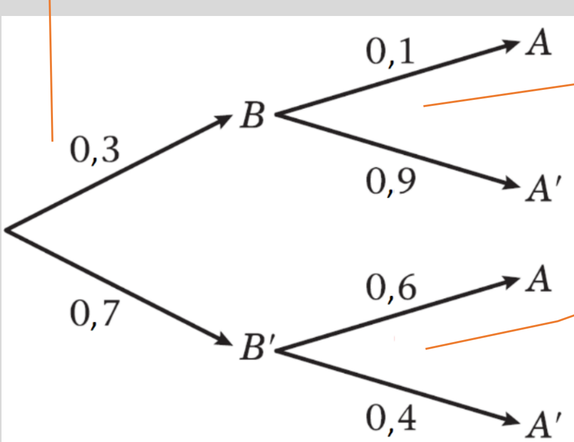
Վեննի դիագրամից կստանանք.

$P(A) = 0,42 + 0,03 = 0,45$

դ. $P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0,03}{0,45} = 0,0(6)$

ե. $P(B|A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{0,27}{0,55} = 0,4(90)$

Ծառաձև դիագրամների կիրառությունը ցույց է տալիս լուծման այլ եղանակ.



ա. $P(A \cap B) = 0,3 \cdot 0,1 = 0,03$

Առաջինն օգտագործենք **Բազմապատկման օրենքը** հատումը գտնելու համար, ապա գծենք Վեննի դիագրամը մյուս հավանականությունները հաշվելու համար:

Վեննի դիագրամից երևում է, որ $P(A) = P(A \cap B') + P(A \cap B)$

Հայտարարը գտնելու համար օգտագործենք.
$P(A') = 1 - P(A) = 1 - 0,45 = 0,55$

Առաջին ճյուղից գտնում ենք, որ $P(B) = 0,3 \Rightarrow P(B') - 1 - 0,3 = 0,7$:

Պայմանական հավանականությունը՝ $P(A|B) = 0,1$ երկրորդ ճյուղի վրա է, իսկ մյուս ճյուղը կլինի՝ $P(A'|B) = 1 - P(A|B) = 1 - 0,1 = 0,9$:

Նույն ձևով. $P(A|B') = 0,6$, հետևաբար այն կգրենք երկրորդ մակարդակի վրա՝ B'-ից հետո: Մյուս ճյուղը կլինի՝ $1 - 0,6 = 0,4$:

Բազմապատկել վերևի ճյուղերի երկայքով.

Պարզապես բազմապատկել համապատասխան ճյուղերի երկայնքով:

բ. $P(A \cap B') = P(B' \cap A) = 0{,}7 \cdot 0{,}6 = 0{,}42$

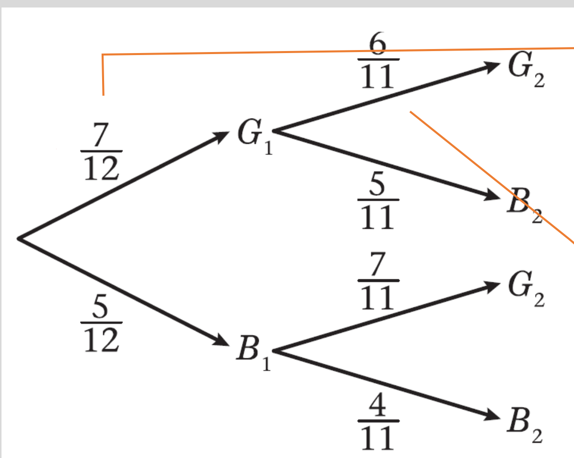
գ. $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B') = 0{,}45$

Ընդամենը գումարել նախորդ արժեքները: Հիշենք. բազմապատկել ճյուղերի երկայնքով և ապա գումարել իրար:

դ. և ե. լուծումները նույնն են: Կիրառել պայմանական հավանականությունների բանաձևը, ապա հանել նախորդ կետերում գտնված արժեքները:

Օրինակ 12

Պարկում կա 7 կանաչ և 5 կապույտ գնդակ: Պարկից պատահականորեն հանում են մեկ գնդակ, գրանցում գույնը և առանց վերդարձնելու հանում են երկրորդ գնդակը: Գտնել հավանականությունը, որ գնդակներից մեկը կանաչ է, մյուսը՝ կապույտ:



Սկզբում կա 12 գնդակ: Առաջին ճյուղը ցույց է տալիս «Առաջին գնդակը կանաչ է» պատահույթը՝ G_1 (Green-կանաչ բառից), իսկ ներքևի չճուղը «Առաջին գնդակը կապույտ է» պատահույթը՝ B_1 (Blue-կապույտ բառից): Առաջին գնդակը հանելուց հետո պարկում մնում է 11 գնդակ:

Երկրորդ մակարդակի ճյուղերի համար հավանականությունները պայմանական են՝ կախված առաջին գնդակի ընտրությունից: Այս ճյուղի վրա առաջին գնդակը կանաչ է եղել, հետևաբար միայն պարկում մնացել է ընդամենը 6 կանաչ գնդակ:

$$
\begin{aligned}
&P(\text{մեկը կանաչ մյուսը կապույտ}) \\
&= P(\text{առաջինը՝ կանաչ, երկրորդը՝ կապույտ}) \\
&+\ P(\text{առաջինը՝ կապույտ, երկրորդը՝ կանաչ}) \\
&= \frac{7}{12} \cdot \frac{5}{11} + \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{11} = \frac{35}{66}
\end{aligned}
$$

Բազմապատկել ճյուղերի երկայնքով

Գումարել ճյուղերի միջև

Նկատենք գնդակի հետ չդնելու հետևանքը: Վերադաձով և առանց վերադարձի տարբերությունը կդիտարկվի 5.6 բաժնում:

Առաջադրանք 5Ե

1. Պարկում կա 5 կարմիր և 4 կապույտ ժետոն: Պատահականորեն ընտրում են մեկ ժետոն, գրանցոմ գույնը և առանց վերադաձնելու՝ հանում երկրորդ ժետոնը: Գտնել հավանականությունը, որ.

   ա. երկրորդ ժետոնը կարմիրէ, երբ առաջինը կապույտ է

   բ. երկրորդ ժետոնը կապույտ է, երբ առաջինը կարմիր է

   գ. երկուսն էլ կապույտ են

   դ. հանել են մեկ կարմիր և մեկ կապույտ ժետոն

2. 24 շոկոլադե սալիկ պարունակող արկղում 10-ը մուգ են, 14-ը՝ կաթնային: Լինդան պատահականորեն ընտրում է մեկ շոկոլադ և ուտում, ապա՝ երկրորդը: Գտնել հավանականությունը, որ Լինդան կուտի.

   ա. երկու մուգ շոկոլադ

   բ. մեկ մուգ և մեկ կաթնային շոկոլադ

3. Ջենն միշտ աշխատանքի է գնում ավտոբուսով կամ տաքսիով: Եթե մի օր նա աշխատանքի է գնում ավտոբուսով, ապա հաջորդ օրը տաքսիով աշխատանքի գնալու հավանականությունը 0,4 է: Եթե նա մի օր նա աշխատանքի է գնա տաքսիով, ապա հաջորդ օրն ավտոբուսով աշխատանքի գնալու հավանականությունը 0,7 է:

   Տրված է, որ Ջենը Երկուշաբթի աշխատանքի է գնացել ավտոբուսով: Գտնել հավանականությունը, որ նա Չորեքշաբթի աշխատանքի կգնա տաքսիով:

4. Սյուն երկու մետաղադրամ ունի: Մեկը չկեղծված է՝ մի երեսին թվանշան, մյուսին զինանշան: Մյուսը կեղծ մետաղադրամ է՝ երկու երեսին էլ թվանշան: Սյուն պատահականորեն ընտրում է մետաղադրամներից մեկը և նետում:

   ա. Գտնել հավանականությունը, որ մետաղադրամի վրա զինանշան կբացվի:

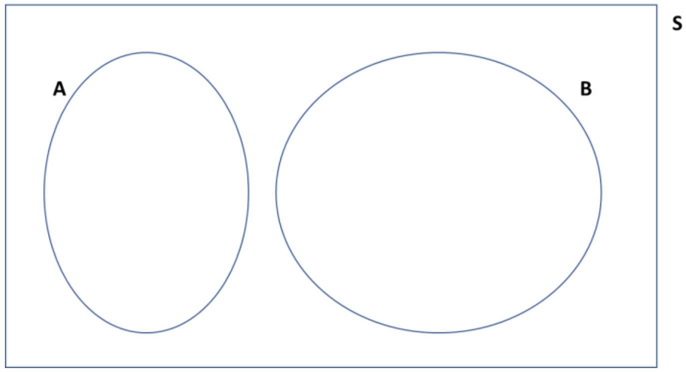
   բ. Եթե մետաղադրամի վրա թվանշան է բացվել, գտնել հավանականությունը, որ Սյուն ընտրել էր չկեղծված մետաղադրամը:

5. Հեռուստամրցաշարի մասնակցին առաջարկեիցն ընտրել երեք դռներից մեկը: Դռներից մեկի ետևում մրցանակը իրական մեքենա է, իսկ մյուս երկուսի ետևում՝ խաղալիք մեքենա: Մասնակիցը պատահականորեն ընտրում է մեկ դուռ: Հաղորդավարը դրանից հետո բացում է մնացած երկու դռներից մեկը և գտնում խաղալիք մեքենա: Հաղորդավարը առաջարկում է մասնակցին փոխել իր ընտրությունը:

   Հիմնավորիր, թե դու մասնակցին ի՞նչ կառաջարկես անել, որպեսզի նա ունենա իրական մեքենա շահելու ամենամեծ հավանականությունը: Հաշվարկները պարզ ներկայացնել:

Անհամատեղելի և անկախ պատահույթներ

Երբ պատահույթները չունեն ընդհանուր ելքեր, նրանք կոչվում են անհամատեղելի:



Երբ A և B անհամատեղելի պատահարություններ են, ապա A և B հատումը դատարկ է, հետևաբար $P(A \cap B) = 0$: Քանի որ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, ապա կստանանք.

- **Գումարման օրենքը անհամատեղելի պատահույթների համար**.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Երբ մեկ պատահույթն ազդեցություն չունի այլ պատահույթի վրա, նրանք **անկախ են**: Հետևաբար, եթե A և B անկախ են, ապա A -ի տեղի ունենալու հավանականությունը նույնն է, անկախ անրանից B-ն տեղի ունեցել է թե ոչ՝ $P(A|B) = P(A)$:

Օգտագործելով պայմանական հավանականության բանաձևը՝ կստանանք.$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A)$: Որից էլ կստանանք.

- **Բազմապատկամ օրենքը անկախ պատահույթների համար.**

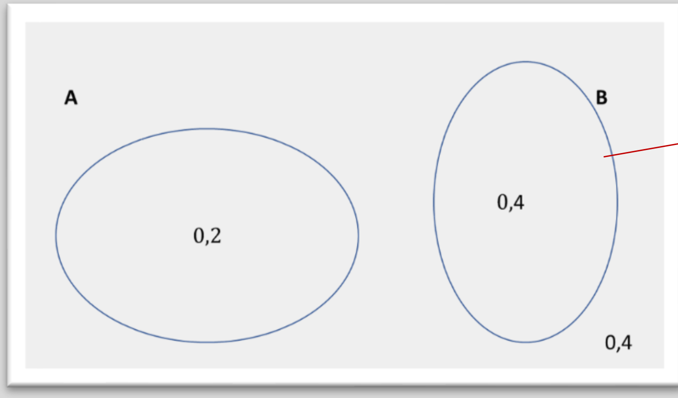
$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

Օրինակ 13

2. A և B երկու անհամատեղելի պատահույթներ են, $P(A) = 0{,}2$, $P(B) = 0{,}4$: Գտնել.

ա. $P(A \cup B)$ բ. $P(A \cap B')$ գ. $P(A' \cap B')$

ա.



A և B անհամատեղելի են, հետևաբար նրանք չեն հատվում և $P(A \cap B) = 0$:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= 0{,}2 + 0{,}4 = 0{,}6$$

A և B անհամատեղելի են, հետևաբար $P(A \cap B) = 0$:

բ. $P(A \cap B') = P(A) = 0{,}2$

Քանի որ A և B չեն հատվում, ապա «ոչ B» հատվում է ամբողջ A-ի հետ:

գ. $P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$

«ոչ A» և «ոչ B» հատումը S-ն է՝ հանած A և B միավորումը: Հիշենք, որ $P(S) = 1$:

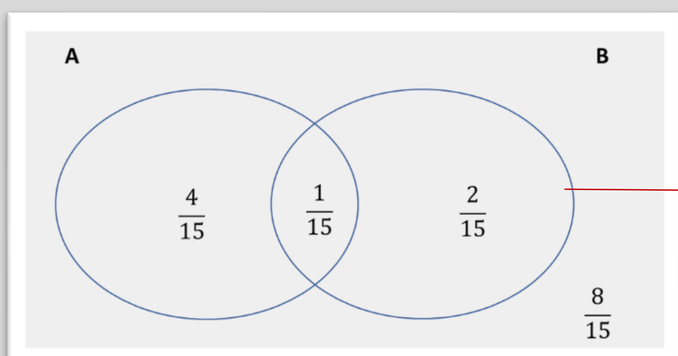
Օրինակ 14

3. A և B երկու անկախ պատահույթներ են, $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{5}$: Գտնել.

ա. $P(A \cap B)$ բ. $P(A \cap B')$ գ. $P(A' \cap B')$

ա. $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$

A և B անկախ են, հետևաբար կարող ենք կիրառել պարզ բազմապատկման օրենքը:



Վեննի դիագրամը կօգնի պատասխանել հաջորդ հարցերին ևս:

բ. $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} - \frac{1}{15} = \frac{4}{15}$

A-ի և «ոչ B»-ի հատումը դա A-ն է՝ առանց A –ի ու B-ի հատման:

Այլընտրանքային լուծում.

Եթե A և B անկախ պատահույթներ են, ապա A և B' նույնպես անկախ են: Հետևաբար.

$P(A \cap B') = P(A) \cdot P(B') = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{15}$, ինչն էլ արդեն ստացել էինք:

գ. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{15} = \frac{7}{15}$$

$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B)$

$= 1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15}$

Միավորման հավանականությունը հաշվեցինք **Գումարման օրենքից**: Մենք կարող ենք օգտագործել ա.-ի պատասխանը կամ ուղղակի գումարել հավանականությունները Վեննի դիագրամից:
Վերջնական պատասխանն իհարկե կարելի է պարզապես գտնել դիագրամից:

Այլընտրանքային լուծում.

Եթե A և B անկախ պատահույթներ են, ապա A' և B' նույնպես անկախ են: Հետևաբար.

$P(A' \cap B') = P(A') \cdot P(B')$

Օգտագործել $P(A') = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ և $P(B') = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

$= \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$,

ինչպես նախորդ լուծման դեպքում:

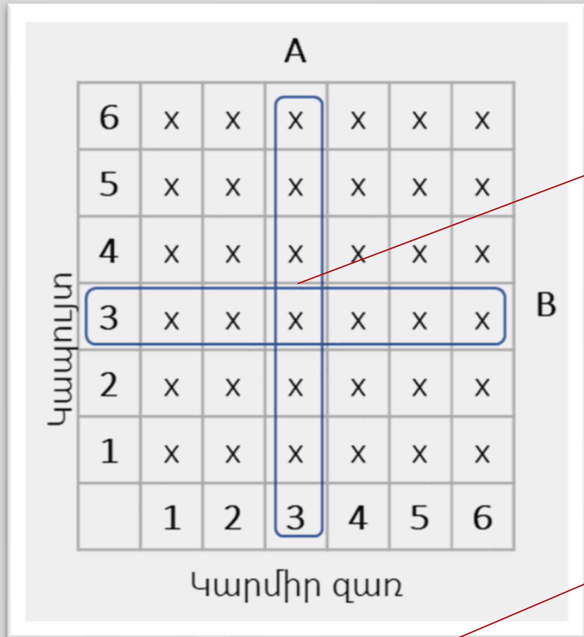
Օրինակ 15

Երկու զառ՝ կարմիր և կապույտ, նետում են և գրանցում դրանց բացված թվերը: A -ն «կարմիր զառի վրա կբացվի 3» պատահույթն է, B-ն՝ «կապույտ զառի վրա կբացվի 3» պատահույթն է, C-ն՝ «զառերի վրա բացված թվերի գումարը 5 է» պատահույթն է, իսկ D-ն՝ «երկու զառի վրա կբացվի նույն թիվը» պատահույթն է: Ցույց տալ, որ

ա. A և B անկախ են

բ. C և D անհամատեղելի են

ա. Պատկերենք ելքերի 1-6 արժեքների տարածությունը. ներքևում՝ կարմիր զառի համար, ձախ կողմում՝ կապույտ զառի համար:



Յուրաքանչյուր փորձի համար կա 6 ելք, որոնք համընկնում են «երկու 3» դեպքում:

Կա $6 \times 6 = 36$ հավասարահնարավոր ելք:

$P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{6}$, $P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

$P(A \cap B) = \frac{1}{36}$

Բազմապատկենք երկու հավանականությունները և ցույց տանք, որ այն հավասար է հատման հավանականությանը:

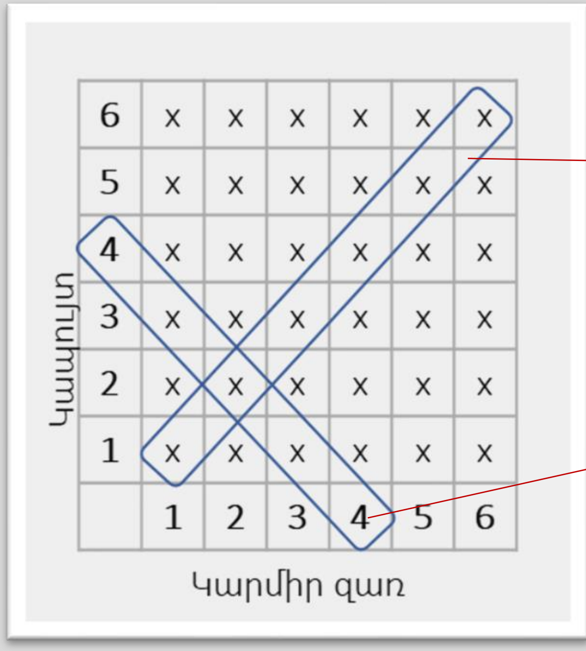
$P(A) \cdot P(B)$

$= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

$= P(A \cap B)$

Հետևաբար A և B անկախ են:

բ.



D ունի 6 ելք.
(1,1) (2,2) (3,3)
(4,4) (5,5) (6,6)

C ունի 4 ելք.
(4+1) (3+2)
(2+3) (1+4)

Աղյուսակից երևում է, որ D-ն ունի 6 ելք, իսկ C-ն ունի 4 ելք:
D-ն և C ընդհանուր ելքեր, քանի որ երկու հավասար թվերի գումարը չի կարող լինել 5, քանի որ այն կենտ է: Հետևաբար D-ն և C անհամատեղելի են:

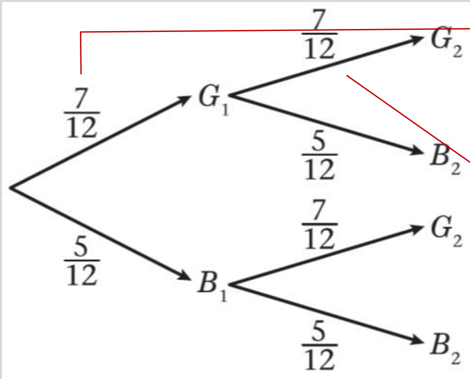
Օրինակ 16

Բաժին 5.5 -ի Օրինակ 12-ում պարկից գնդակները հանում են առանց վերադարձնելու: Այս օրինակում գնդակները վերցնում ենք վերադարձնելով:

Պարկում կա 7 կանաչ և 5 կապույտ գնդակ: Պարկից պատահականորեն հանում են մեկ գնդակ, գրանցում գույնը ապա վերադարձնում պարկի մեջ: Ապա պարկից հանում են երկրորդ գնդակը և գրանցում դրա գույնը:

ա. Գտնել հավանականությունը, որ գնդակներից մեկը կանաչ է, մյուսը՝ կապույտ:

բ. Ցույց տալ, որ «առաջին գնդակը կանաչ է» և «երկրորդ գնդակը կանաչ է» պատահույթները անկախ են:



ա. P(մի գնդակը կանաչ է, մյուս գնդակը կապույտ)

$P(G_1 \cap B_2) + P(B_1 \cap G_2)$

$\frac{7}{12} \cdot \frac{5}{12} + \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{12}$

$= \frac{35}{72}$

բ. $P(G_1) = \frac{7}{12}$

$P(G_2) = \frac{7}{12} \cdot \frac{7}{12} + \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{12}$

$P(G_1 \cap G_2) = \frac{7}{12} \cdot \frac{7}{12} = P(G_1) \cdot P(G_2)$

Հետևաբար «առաջին գնդակը կանաչ է» և «երկրորդ գնդակը կանաչ է» պատահույթները անկախ են:

Սա **վերադարձով** փորձերի հատկությունն է:

Ելքերի տարածությունն ունի 12 տարր՝ 7 կանաչ և 5 կապույտ: Առաջին ճյուղը ներկայացնում է G_1 «առաջինն ընտրվել է կանաչ գնդակ» պատահույթը, ներքևի ճյուղը՝ B_1 «առաջինն ընտրվել է կապույտ գնդակ» պատահույթը:

Պարկում դեռ 12 գնդակ կա, քանի որ գնդակները վերադարձվում են:

Երկրորդ մակարդակի ճյուղերի վրա հավանականությունները մնում են նույնը, քանի որ գնդակները **վերադարձվում են** պարկի մեջ:

«երկրորդ գնդակը կանաչ է» պատահույթը դիագրամի վրա ունի երկու արմատ. առաջինը կանաչ, երկրորդը կանաչ կամ առաջինը կապույտ, երկրորդը կանաչ:

$G_1 \cap G_2$ «առաջինը կանաչ, երկրորդը կանաչ» պատահույթն է ծառաձև դիագրամից:

Առաջադրանք 52

6. A և B պատահույթներն անհամատեղելի են և $P(A) = 0{,}2$, $P(B) = 0{,}5$:

   ա. Գծել Վեննի դիագրամ այս պատահույթները ցույց տալու համար:

   բ. Գտնել $P(A \cup B)$ **գ.** Գտնել $P(A' \cap B')$:

7. A և B պատահույթներն անկախ են և $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{5}$:

   Գտնել.

   ա. $P(A \cap B)$ բ. $P(A \cap B')$ գ. $P(A' \cap B')$

8. Q և R երկու պատահույթներ են, այնպես որ $P(Q) = 0{,}2$, $P(R) = 0{,}4$ և $P(Q' \cap R) = 0{,}4$: Գտնել.

ա. Q և R պատահույթների միջև կապը: **բ**. $P(Q \cup R)$ **գ**. $P(Q' \cap R')$

9. Նետում են երկու չկեղծված զառ և գրանցում նրանց վրա բացված թվերը: Ցույց տալ, որ «բացված թվերի գումարը 4 է» և «երկու զառի վրա բացվում է նույն թիվը» պատահույթները անհամատեղելի չեն:

10. Պարկում կա 3 կարմիր և 5 կապույտ գնդակ: Պատահականորեն ընտրում են մեկ գնդակ, գրանցում գույնը գնդակը վերդարձնում պարկի մեջ: Հանում են երկրորդ գնդակը և գրանցում գույնը:

    ա. Գտնել հավանականությունը, որ երկու գնդակն էլ կապույտ են:

    բ. Գտնել հավանականությունը, որ երկրորդ գնդակը կապույտ է:.

11. Արկղում կա 24 էլեկտրական սարք, որից 4-ը անսարք են: Արկղից պատահականորեն ընտրում են երկու սարք: Գտնել հավանականությունը, որ

    ա. կընտրեն 2 անսարք էլեկտրական սարք, եթե առաջին սարքը հանելուց հետո այն վերադարձրել են արկղի մեջ:

    բ. Կընտրեն 2 անսարք էլեկտրական սարք, եթե առաջին սարքը հանելուց հետո այն չեն վերադարձրել արկղի մեջ:

    գ. Կընտրեն 1 անսարք և 1 սարքին էլեկտրական սարք, եթե առաջինն հանելուց հետո չեն վերադարձրել արկղի մեջ:

12. Պարկում կա 1 կարմիր, 2 կապույտ և 3 կանաչ ժետոն: Պատահականորեն ընտրում են մեկ ժետոն, գրանցոմ գույնը, վերադաձնում պարկի մեջ և հանում երկրորդ ժետոնը:

    ա. Գծել ծառաձև դիագրամ՝ ցույց տալով բոլոր հնարավոր ելքերը

    Գտնել հավանականությունը, որ

    բ. երկուսն էլ ունեն նույն գույը

    գ. երկուսն էլ ունենն տարբեր գույներ

13. Պոլն ու Ջիլը որոշեցին սեղանի խաղ խաղալ: Պոլի հաղթելու հավանականությունը 0,25 է, իսկ Ջիլինը՝ 0,3: Նրանք որոշեցին խաղալ 3 անգամ: Տրված է, որ խաղի արդյունքներն իրարից անկախ են: Գտնել հավանականությունը, որ

    ա. Պոլը 3 խաղն էլ կհաղթի: բ. Բոլոր խաղերում կգրանցվի ոչ-ոքի

    գ. Ջիլը կհաղթի 2 անգամ, իսկ Պոլը՝ 1 գ. Երկուսն էլ կհաղթեն մեկական անգամ

Հավանականությունների տեսության խնդիրների լուծում

Դիագրամների կամ այլ գծագրերի պատկերումը խնդիրների լուծման համար լավ եղանակ է: Հաճախ գծագրերը լուծումը սկսելու առաջնային կարևոր քայլն է:

Օրինակ 17

Տեղական կառավարման խորհուրդը բաղկացած է 100 ընտրվող անդամներից: Անդամներից 45-ը Աշխատանքի, 25-ը Ժողովրդավար, իսկ 30-ը Պահպանողական կուսակցություններից են: Պետք է պատահականորեն ընտրել երեք հոգուց կազմված պատվիրակություն: Գտնել հավանականությունը, որ

ա. պատվիրակությունում կա ներկայացուցիչ բոլոր կուսակցություններից

բ. ներկայացուցիչներից 2-ը Աշխատանքի, իսկ 1-ը Պահպանողականների կուսակցությունից են

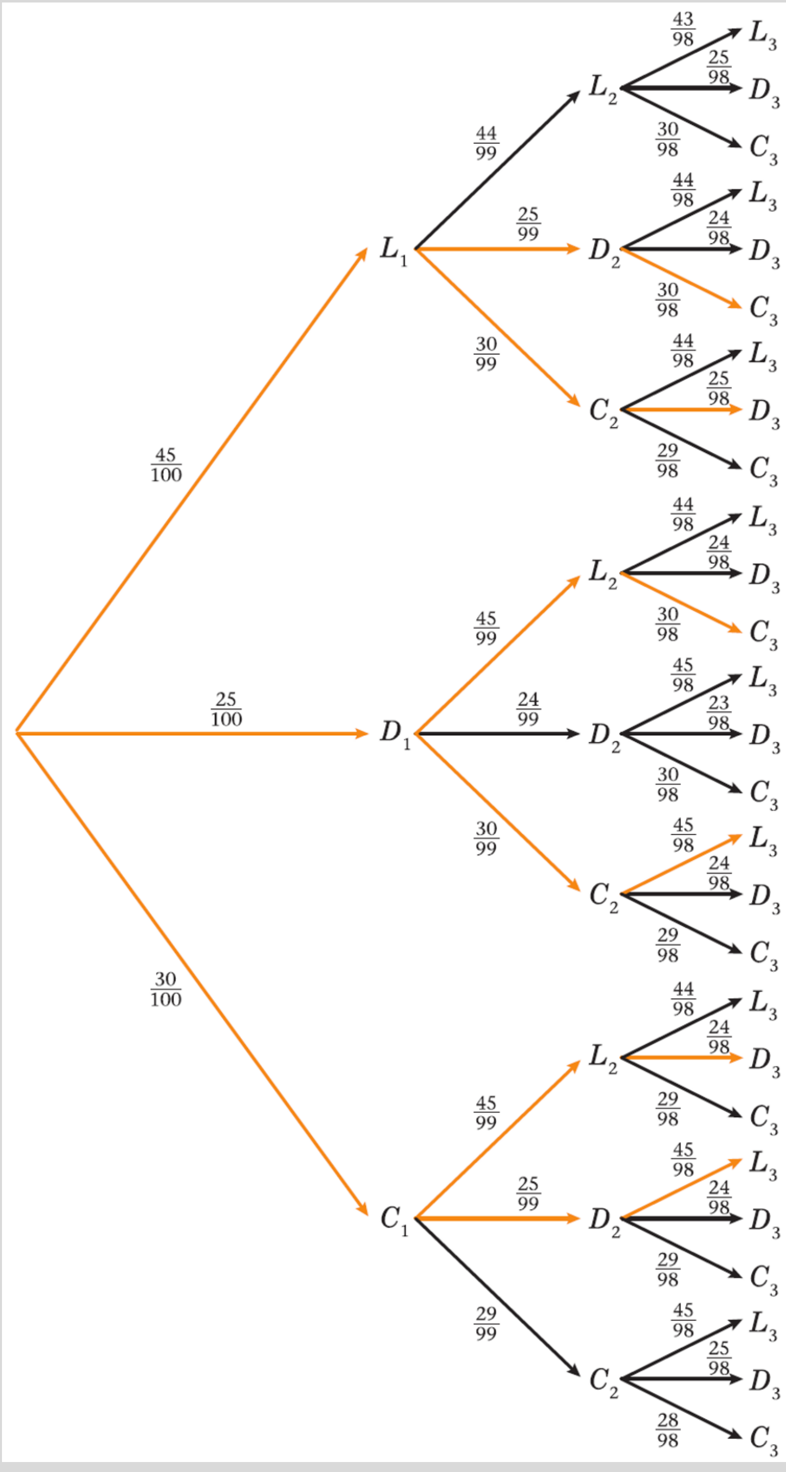
Բոլոր կուսակցություններից ներկայացուցիչ ունենալու համար պետք է դիտարկենք ծառաձև դիագրամի այն ուղիները, որտեղ կա մեկ L, մեկ D, մեկ C:

Սկզբում կարելի է ընտրել երեք ճյուղերից ցանկացածը, ապա երեքից երկուսը, իսկ վերջում՝ միայն մեկը:

Հետևաբար ընդամենը կա

$3 \times 2 \times 1 = 6$ ուղի, որոնք նկարում պատկերված են նարնջագույն:

Յուրաքանչյուր ուղի ունի կոտորակների հայտարարում ունի 100, 99, 98: Յուրաքանչյուր ուղի կոտորակի համարիչում ունի 45, 25 կամ 30:



L- Labour (Աշխատանք)-, D- Democrat (Ժողովրդավար), C- Conservative (Պահպանողական) անգլերեն անվանումներից

ա.

P(պատվիրակությունում կա ներկայացուցիչ

բոլոր կուսակցություններից)

$= 6 \cdot \frac{45}{100} \cdot \frac{30}{99} \cdot \frac{25}{98} = \frac{225}{1078}$

6 ուղիների երկայնքով բազմապատկել հավանականությունները, ապա գումարել այդ 6 ուղիների արդյունքները:

բ.

P(2 Աշխատանքի, 1 Պահպանողականների

կուսակցությունից)

$= 3 \cdot \frac{45}{100} \cdot \frac{44}{99} \cdot \frac{30}{98} = \frac{9}{49}$

Պետք է գտնենք 2 L և 1C պարունակող ուղիները:

Կա 3 ուղի. $L_1L_2C_3$, $L_1C_2L_3$, $C_1L_2L_3$: Յուրաքանչյուր կոտորակի համարիչը 45, 44, 30 է, իսկ հայտարարը՝ 100, 99, 98:

Տ1-ում այսպիսի բարդ դիագրամների պատկերում չի նախատեսվում, բայց ծառաձև դիագրամի **կառուցվածքը** կօգնի հաշվել խնդրի պայմանին համապատասխանող ուղիների քանակը: Տ2 գրքում կներկայացվի ֆակտորիալը և բանաձև, որն էլ կհեշտացնի հաշվել ավելի բարդ իրավիճակներում բոլոր հնարավոր ուղիների թիվը:

Օրինակ 18

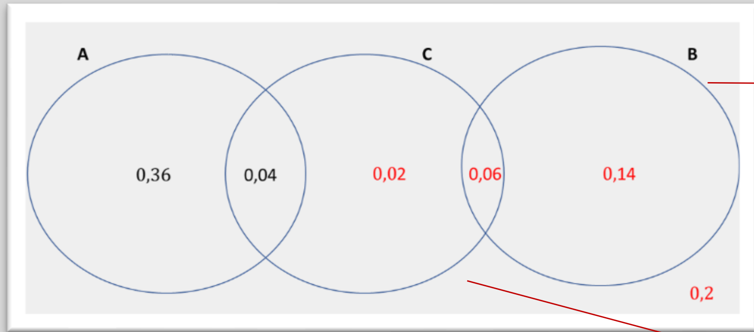
Ելքերի S տարածությունում A, B, C պատահույթներն այնպիսին են, որ $P(A) = 0{,}4$, $P(B) = 0{,}2$, $P(A \cap C) = 0{,}04$ և $P(B \cup C) = 0{,}44$: A և B պատահույթներն անհամատեղելի են, իսկ B և C պատահույթներն անկախ են:

ա. Գծել Վեննի դիագրամ այս երեք պատահույթների և ելքերի S տարածության միջև առընչությունները ցույց տալու համար:

Գտնել

բ. $P(B|C)$ գ. P(C) դ. $P(B \cap C)$ ե. $P(A' \cap B' \cap C')$ զ. $P(C \cap B')$

ա.



A և B անհամատեղելի են, հետևաբար չեն հատվում:

$P(A \cap C) = 0{,}04 > 0$, հետևաբար A և C հատվում են:
B և C անկախ են և հատվում են, քանի որ $P(B) > 0$ և $P(C) > 0$:

Դիագրամն առանց հավանականու-թյունների ցույց է տալիս պատահույթների միջև առընչություն-ները, իսկ հավանականությունների ավելացնելը օգնում է մնացած հարցերին պատասխանելու համար:

բ. $P(B|C) = 0{,}2$

գ. $P(B \cap C) = P(B) + P(C) - P(B \cup C)$

$P(B)P(C) = 0{,}2 + P(C) \ - 0{,}44$

Օգտվել **Գումարման օրենքից** և փոխարինեն $P(B \cap C)$-ն $P(B)P(C)$-ով, քանի որ B և C անկախ են:

$0{,}2P(C) = P(C) - 0{,}24$

$0{,}8P(C) = 0{,}24$

$P(C) = 0{,}3$

դ. $P(B \cap C) = p(B)P(C)$

$= 0{,}2 \cdot 0{,}3 = 0{,}06$

Կարմիր հավանականություններն ավելացնենք Վեննի դիագրամում:

ե. $P(A' \cap B' \cap C') = 0{,}2$

Սա երեք կորերից դուրս մակերեսն է:

զ. $P(C \cap B') = 0{,}04 + 0{,}2 = 0{,}24$

Այս արժեքները վերցրել ենք Վեննի դիագրամից:

Օրինակ 19

Քոլեջի 100 աշակերտ սովորում են Ֆրանսերեն, Գերմաներեն և Իսպաներեն: Աշակերտներից 64-ը աղջիկ են, մնացածը՝ տղա: Ֆրանսերեն սովորող 50 աշակերտից 40-նն աղջիկ է, իսկ Գերմաներեն սովորող 30 աշակերտից 10-նն է աղջիկ:

Գտնել հավանականությունը, որ պատահականորեն ընտրված աշակերտը

ա. Իսպաներեն է սովորում

բ. տղա է, եթե հայտնի է, որ նա Իսպաներեն է սովորում:

Հարցումը ցույց տվեց, որ Ֆրանսերեն սովորողների 70%-ը, Գերմաներեն սովորողների 80%-ը և Իսպաներեն սովորողների 60%-ը դիմել են համալսարան ընդունվելու համար:

Պատահականորեն ընտրել են մեկ աշակերտ:

գ. Գտնել հավանականությունը, որ այդ աշակերտը դիմել է համալսարան:

դ. Տրված է, որ աշակերտը դիմել է համալսարան ընդունվելու համար: Գտնել հավանականությունը, որ նա Ֆրանսերեն է սովորում:

	Աղջիկ	Տղա	**Ընդամենը**
Ֆրանսերեն	40	10	50
Գերմաներեն	10	20	30
Իսպաներեն	14	6	20
Ընդամենը	64	36	100

Յուրաքանչյուր տողում անհայտները կարող ենք գտնել տարբերությունը հաշվելով:

Իսպաներեն սովորողների թիվը հավասար է ընհանուրից հանած Գերմաներեն և Ֆրանսերեն սովորողների թիվը:

ա. $P(\text{Իսպաներեն}) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$

բ. $P(\text{Տղա}|\text{Իսպաներեն}) = \frac{P(\text{Տղա և իսպաներեն})}{P(\text{իսպաներեն})}$

$$= \frac{\frac{6}{100}}{\frac{20}{100}} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

գ. $P(\text{դիմել է համալսարան}) = \frac{50}{100} \cdot 0{,}70 + \frac{30}{100} \cdot 0{,}80 + \frac{20}{100} \cdot 0{,}60 = 0{,}71$

դ. $P(\text{ֆրանսերեն սովորողը դիմել է համալսարան}) = \frac{P(\text{ֆրանսերեն և համալսարան})}{P(\text{համալսարան})}$

$= \frac{\frac{50}{100} \cdot 0{,}70}{\frac{71}{100}} = \frac{35}{71}$

Կիրառել պայմանական հավանականության սահմանումը և տեղադրել աղյուսակի արժեքները:

Չերթով վերցնել լեզուները և բազմապատկել համալսարան դիմածների տոկոսային մասով և բաժանել աշակերտների ընդհանուր թվի՝ 100-ի վրա:

Կիրառել պայմանական հավանականության սահմանումը և տեղադրել արժեքները աղյուսակից և գ.-ից:

Խառը Առաջադրանքներ

1. A և B պատահույթների համար $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$, իսկ $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$:

   ա. Ցույց տալ, որ A և B պատահույթներն անկախ են:

   բ. Ներկայացնել այս հավանականությունները Վեննի դիագրամով:

   գ. Գտնել $P(A|B')$:

2. Համակարգչային խաղն ունի երեք մակարդակ: Ամեն մակարդակի նպատակն է ստանալ ադամանդ: Պատահականորեն ընտրված խաղացողի դեպքում առաջին մակարդակում ադամանդ ստանալու հավանականությունը $\frac{4}{5}$ է, երկրորդ մակարդակում ստանալու հավանականաությունը՝ $\frac{2}{3}$, իսկ երրորդում՝ $\frac{1}{2}$: Պատահույթներն անկախ են:

   ա. Երեք մակարդակներում ադամանդների ստանալու համար Պատկերել Վեննի դիագրամ:

   Գտնել հավանականությունը, որ պատահականորեն ընտրված խաղացողը

   բ. կստանա բոլոր երեք ադամանդները

   գ. կստանա միայն մեկ ադամանդ

3. Առցանց կարդացողների ակումբն ունի 50 անդամ: Նրանցից 15 ձեռնոց է կրում, 18 հոգի ձախլիկ են, իսկ 21 հոգի՝ կին: Կանանցից 4-ը ձախլիկ են, 3 կին ձեռնոց են կրում, իսկ անդամներից 5-ը ձեռնոց են կրում և ձախլիկ են: Միայն մի անդամ կա, որ ձեռնոց է կրում, ձախլիկ է և կին:

   ա. Այս տվյալները ներկայացնելու համար պատկերել Վեննի դիագրամ:

   Անդմաներից պատահականորեն ընտրել են մեկին: Գտնել հավանականությունը, որ այդ անդամը

   բ. կին է, ձեռնոց չի կրում և ձախլիկ չէ:

   գ. տղամարդ է, ձեռնոց չի կրում և ձախլիկ չէ:

   դ. ձեռնոց է կրում, եթե տրված է, որ նա կին է և ձախլիկ:

4. J, K պատահույթների համար $P(J \cup K) = 0{,}5$, $P(J' \cap K) = 0{,}2$, $P(J \cap K') = 0{,}25$:

   ա. J, K պատահույթների և նմուշների S տարածության համար պատկերել Վեննի դիագրամ:

   Գտնել.

   բ. $P(J)$ բ. $P(K)$ գ. $P(J|K)$

   դ. Պարզել, թե J և K անկախ են թե՞ ոչ:

5. Պարկում կա 15 գունավոր գնադակ. 7 կարմիր, 3 կապույտ և 5 կանաչ: Պարկից պատահականորեն հանում են 3 գնդակ՝ առանց վերադարձնելու: Գտնել հավանականությունը, որ

   ա. առաջին և երկրորդ գնդակները կարմիր են, իսկ երրորդը՝ կապույտ կամ կանաչ

   բ. հանել են մեկական կարմիր, կապույտ և կանաչ գնդակ:

6. Ուսանողների հետ հարցումը ցույց տվեց, որ նրանց 85%-ն ունի բջջային հեռախոս, 60%-ը՝ նվագարկիչ, իսկ 5%-ը ոչ մեկից չունի:

   ա. Գտնել, թե ուսանողների որ մասը երկուսից էլ ունի:

   բ. Այս տեղեկությունները ներկայացնել Վեննի դիագրամով:

   Տրված է, որ պատահականորեն ընտրված ուսանողն ունի բջջային հեռախոս կամ նվագարկիչ.

   գ. Գտնել հավանականությունը, որ ուսանողն ունի բջջային հեռախոս:

7. Գործարանում A, B և C հաստոցներով արտադրում են էլեկտրոնային սարքավորումների մասեր: A հաստոցը պատրաստում է բոլոր մասերի 16%-ը, B հաստոցը պատրաստում է բոլոր մասերի 50%-ը, իսկ C հաստոցը՝ մնացածը: Արտադրված մասերի մեջ որոշները թերություններ ունեն: A հաստոցը թերություններով է պատրաստում է 4% -ը, B հաստոցը՝ 3%-ը, իսկ C հաստոցը՝ 7%-ը:

   ա. Այս տեղեկությունները պատկերեկ ծառաձև դիագրամի տեսքով

   Գտնել հավանականությունը, որ պատահականորեն ընտրված մասը

   բ. պատրաստվել է B հաստոցով և այն թերություններ ունի

   գ. թերություններ ունի

   Տրված է, որ պատահականորեն ընտրված մասը թերություններ ունի:

   դ. գտնել հավանականությունը, որ մասը պատրաստվել է B հաստոցով:

8. Ավտոպարկում վաճառում են երեք տեսակի վառելիք. Ս95, Ս98 և դիզելային: Ավտոպարկից վառելիք գնող 200 վարորդների հետ հարցումը ցույց տվեց, որ նրանցից 80 հոգին կին է, մնացածը՝ տղամարդ: Ս95 գնող բոլոր 90 վարորդներից կին է 50 հոգին, իսկ 70 հոգի դիզելային գնողներից տղամարդ է 60-ը: Վարորդները մեկից ավել տեսակի վառելիք չեն գնում:

   Գտնել հավանականությունը, որ պատահականորեն ընտրված վարորդը

   ա. գնում է Ս98 տեսակի վառելիք

   բ. տղամարդ է, եթե տրված է, որ վարորդը գնել է Ս98

   Ավտոպարկի գրանցամատյանում երևում է, որ Ս95 գնողների 10%-ը, Ս98 գնողների 30%-ը, դիզելային գնողների 40%-ը իրենց մեքենաները ստուգում են այդ ավտոպարկում:

   Պատահականորեն ընտրում են մեկ վարորդ:

   գ. գտնել հավանականությունը, որ վարորդը իր մեքենան ստուգում է այս ավտոպարկում դ. տրված է, որ վարորդն իր մեքենան ստուգում է այս ավտոպարկում: Գտնել հավանականությունը, որ նա գնում է դիզելային վառելիք:

9. 150 երեխաների համար հետազոտություն արվեց, պարզելու թե որ մուլտֆիլմենորն են ամենասիրվածը: Ստացվեցին հետևյալ արդյունքները.

35 նայում են Տունթայմ

54 նայում են Խոզուկը

62 նայում են Սքելինգթոն

9 նայում են Տունթայմ և Խոզուկը

14 նայում են Խոզուկը և Սքելինգթոն

12 նայում են Տունթայմ և Սքելինգթոն

4 նայում են Տունթայմ, Խոզուկը և Սքելինգթոն

ա. Այս տվյալները ներկայացնել Վեննի դիագրամով

Գտնել հավանականությունը, որ պատահականորեն ընտրված երեխան

բ. այս մուլտֆիլմերից ոչ մեկը չի նայում

գ. մեկ մուլտֆիլմից ավելի մուլտֆիլմ չի նայում

Պատահականորեն ընտրված երեխան նայում է միայն մեկ մուլտֆիլմ:

դ. Գտնել հավանականությունը, որ նա նայում է Սքելինգթոն

Պատահականորեն ընտրել են 2 երեխա:

ե. Գտնել հավանականությունը, որ նրանք նայում են Սքելինգթոն

10. Գինու համտեսի ակումբի անդամները ամուսնացած զույգեր են: Որևէ ամուսնական զույգի համար 0,7 հավանականությամբ ամուսինը թոշակառու է, իսկ 0,4 հավանականությամբ՝ կինը: Եթե տրված է, որ կինը թոշակառու է, ապա ամուսնու թոշակառու լինելու հավանականությունը 0,8 է:

Ակումբի անդամներից պատահականորեն ընտրված ամուսնական զույգի համար գտնել հավանականությունը, որ

ա. երկուսն էլ թոշակառու են

բ. միայն մեկն է թոշակառու

գ. նրանցից ոչ մեկը թոշակառու չէ

Պատահականորեն ընտրել են երկու ամուսնական զույգ:

դ. Գտնել հավանականությունը ամուսիններից միայն մեկը և կանանցից միայն մեկն է թռշակառու:

§36. Դիսկրետ պատահական մեծություններ

Այս գլուխը յուրացնելուց հետո դուք կկարողանաք.

- Հասկանալ, թե որն է դիսկրետ պատահական մեծությունը
- Ինչպես են առաջանում դիսկրետ պատահական մեծությունները
- Գտնել դիսկրետ պատահական մեծության կոմուլյատիվ բաշխման ֆունկցիան
- Գտնել դիսկրետ պատահական մեծության միջինն ու դիսպերսիան
- Գտնել դիսկրետ հավասարաչափ բաշխումը

Խաղարկության ժամանակ մասնակիցը հնարավորություն ունի ընտրել հինգ սովորական ծրարներից մեկը, եթե վճարի 10 դոլար: Մի ծրարի մեջ կա սովորական թղթի կտոր, մյուսի մեջ 5 դոլարանոց թղթադրամ, երրորդի մեջ՝ 10 դոլարանոց թղթադրամ, չորրորդի մեջ՝ 20 դոլարանոց թղթադրամ, իսկ վերջինի մեջ՝ 50 դոլարանոց թղթադրամ: Միջինում ինչքա՞ն գումար կշահի նա և արդյոք դա ազնիվ խաղ է: Այս գլխի վերջում դուք ի վիճակի կլինեք պատասխանել այս բոլոր հարցերին:

1. Դիսկրետ պատահական մեծությունը կարող է նկարագրվել որպես իրական կյանքում փորձի արդյունքում գրանցված արժեք: Պատական մեծությունը պետք է ընդունի թվային արժեքներ:

- Փոփոխականը ներկայացվում է սիմվոլներով (X, Y, A, B և այլն) և կարող է ընդունել ցանկացած արժեք տրված արժեքների բազմությունից:
- Երբ փոփոխականը ներկայացնում է ինչ-որ փորձի արդյունք, այն կոչվում է պատահական մեծություն:
- Փորձի բոլոր հնարավոր արդյունքների բազմությունը նաև կոչվում է նմուշների տարածություն:

Երբեմն դուք կուզենաք տարբերել X պատահական մեծությունը նրա ընդունած որևէ արժեքից:

- Լատինատառ մեծատառերը՝ օրինակ X, օգտագործվում են պատահական մեծությունները նկարագրելու համար, իսկ փոքրատառերով՝ օրինակ x նշանակում են պատահական մեծության ընդունած որևէ արժեքը:
- Հավանականությունը, որ X-ը հավասար է որևէ x-ի նշանակվում է այսպես. $P(X = x)$ իսկ երբեմն նաև $p(x)$: Այս երկու նշանակումները մեկը մյուսին համարժեք են և կարող են փոխարինել իրար:

X պատահական մեծությաի համար.

- x-ը X-ի որևէ արժեք է
- $P(X = x)$ նշանակում է հավանականությունը, որ X-ը հավասար է x-ի:

Պատահական մեծությունները կարող են լինել դիսկրետ կամ անընդհատ:

- Անընդհատ պատահական մեծությունը այն մեծությունն է, որը կարող է ընդունել կամայական արժեք որևէ անըդհատ բազմությունից:
- Դիսկրետ պատահական մեծությունն ընդունում է միայն դիսկրետ արժեքներ:

Այս գլխում կդիտարկենք միայն դիսկրետ պատահական մեծությունները:

Օրինակ 1

Մետաղադրամը նետում են 6 անգամ և գրանցում զինանշանի բացվելու X քանակը: Գրել X-ի բոլոր հնարավոր արժեքները:

X-ի բոլոր հնարավոր արժեքներն են.

x = 0, 1, 2, 3, 4, 5 կամ 6

Մետաղադրամի նետումը փորձ է: X-ի հնարավոր արժեքները փորձի հնարավոր արդյունքներն են:

Օրինակ 2

Ստուգել, թե հետևյալ մեծություններից որն է դիսկրետ պատահական մեծություն:

ա. Մի խումբ տղաների հասակների միջինը

բ. Մետաղադրամների նետումների քանակը՝ մինչև զինանշանի բացվելը

գ. Տարվա մեջ ամիսների քանակը

ա. դիսկրետ պատահական մեծություն չէ

բ. դիսկրետ պատահական մեծություն է

գ. դիսկրետ պատահական մեծություն չէ

Հասակը չափվում է անընդհատ միջակայքում

Փորձերի քանակը ցույց տվող թիվն է

Այն փոփոխական չի և չի հանդիսանում փորձի արդյունք

2. Դիսկրետ պատահական մեծությունը կարող է որոշվել, եթե տրվեն փորձի բոլոր հնարավոր արդյունքները կամ պատահական մեծության բոլոր հնարավոր արժեքները և նրանց հանդիպելու հավանականությունները:

- Պատահական մեծության ամբողջական նկարագրի համար անհրաժեշտ է իմանալ դրա բոլոր հնարավոր արժեքների բազմությունը և յուրաքանչյուրի հանդիպելու հավանականությունը:
- Կարելի է կառուցել աղյուսակ ցույց տալու համար, թե փորձի յուրաքանչյուր արդյունքի հավանականությունը: Դա կոչվում է հավանականությունների բաշխում:
- Կարելի է նաև դիսկրետ պատահական մեծությունը ներկայացնել ֆունկցիայի տեսքով: Օրինակ 3-ում նկարագրված պատահական մեծությունը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով. $P(X = x) = \frac{1}{6}$, երբ $x = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

Սա կոչվում է հավանականությունների բաշխում (տես օրինակ 4-ում):

Օրինակ 3

Նետում են կանոնավոր զառ: Գրել որևէ թիվ բացվելու հավանականությունը:

x	1	2	3	4	5	6
$P(X = x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Սրանք հնարավոր արժեքներն են

Սրանք արժեքների հավանականություններն են

Օրինակ 4

Նետել են 3 չկեղծված զառ և հաշվել զինանշան (Զ) բացվելու քանակը: Այս փորձի համար.

ա. գրել նմուշների տարածությունը

բ. գրել հավանականությունների բաշխումը

գ. գրել հավանականության ֆունկցիան

ա.

Զ	Զ	Զ
Զ	Զ	Գ
Զ	Գ	Զ
Զ	Գ	Գ
Գ	Զ	Զ
Գ	Զ	Գ
Գ	Գ	Զ
Գ	Գ	Գ

Փորձի արդյունքներն են

բ.

Զինանշանինի քանակը, x	0	1	2	3
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

Պատահական մեծության արժեքներն են

գ. $P(X=x)=\begin{cases}\frac{1}{8}, x=0,3\\ \frac{3}{8},\ \ x=1,2\\ 0, \text{հակառակ դեպքում}\end{cases}$

Այս ձևով ներկայացնում են հավանականությունները, երբ նրանք նույնը չեն

3. Դիսկրետ պատահական մեծության համար բոլոր հավանականությունների գումարը հավասար է 1-ի:

- Օրինակներ 3 և 4-ում բոլոր հավանականությունների գումարը հավասար է 1-ի.
  $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=1$ և $\frac{1}{8}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}+\frac{1}{8}=1$
- Կամ, եթե ներկայացնենք սիմվոլներով, կստանանք.
  $\sum p(x)=\sum P(X=x)=1$ բոլոր x-երի համար:

Սա դիսկրետ պատահական մեծությունների կարևոր հատկությունն է, որը հաճախ օգտագործվում է նաև քննության ժամանակ:

Օրինակ 5

Քառանիստ զառի նիստերի վրա գրված են 1, 2, 3 և 4 թվերը: Զառը կեղծված է, որի հետևանքով նետելուց հետո որևէ x թվի բացվելու հավանականությունը $\frac{k}{x}$ է, որտեղ k -ն հաստատուն է:

Գտնել ամեն նետումից հետո բացվող X թվի հավանականությունների բաշխումը:

Հվանականության բաշխումը կլինի.

x	1	2	3	4
$P(X=x)$	$\frac{k}{1}$	$\frac{k}{2}$	$\frac{k}{3}$	$\frac{k}{4}$

Քանի որ սա հավանականությունների բաշխում է, ապա $\sum P(X=x)=1$

$\frac{k}{1}+\frac{k}{2}+\frac{k}{3}+\frac{k}{4}=1$, հետևաբար

$k\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)=1$

$k\left(\frac{12+6+4+3}{12}\right)=1$

$k=\frac{12}{25}$

Կստանանք հավանականությունների բաշխումը.

x	1	2	3	4
$P(X=x)$	$\frac{12}{25}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{3}{25}$

$\sum P(X=x)=1$ կիրառվեց k-ն գտնելու համար:

Առաջադրանք 8Ա

1. Գտնել, թե հետևյալ պատահական մեծություններից որն է դիսկրետ, որը՝ ոչ: Պատասխանը հիմնավորել.
   ա. Մարտկոցի կյանքի միջին տևողությունը
   բ. Շաբաթվա օրերի քանակը
   գ. Շախմատում հաղթելու համար պահանջվող քայլերի թիվը
2. Չկեղծված զառը 4 անգամ նետում են և գրանցում են ամեն անգամ 6 բացվելը՝ Y: Գրել y-ի բոլոր հնարավոր արժեքները:
3. Պայուսակում կա երկու սկավառակ՝ վրան գրված 2 թիվը, և երկու սկավառակ՝ վրան գրված 3 թիվը: Պայուսակից պատահականորեն հանում են մեկ սկավառակ, գրանցում դրա վրա գրված

թիվը և սկավառակը վերադարձնում պայուսակի մեջ: Հանում են երկրորդ սկավառակը և գրանցում վրայի թիվը:
ա. Գրել նմուշների տարածությունը
X դիսկրետ պատահական մեծությամբ նշանակված է այդ երկու թվերի գումարը:
բ. Գտնել X -ի հավանականությունների բաշխումը:
գ. Գտնել X -ի հավանականության ֆունկցիան:

4. X դիսկրետ պատահական մեծությունն ունի հետևյալ հավանականությունների բաշխումը.

x	1	2	3	4
$P(X=x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	k	$\frac{1}{4}$

Գտնել k-ն:

5. X պատահական մեծությունն ունի հետևյալ հավանականության ֆունկցիան.

$P(X=x)=kx,\ x=1,2,3,4$:

Ցույց տալ, որ $k=\frac{1}{10}$

6. X պատահական մեծությունն ունի հետևյալ հավանականության ֆունկցիան.

$P(X=x)=\frac{x-1}{10},\ x=1,2,3,4,5$:

Աղյուսակով ներկայացնել X -ի հավանականությունների բաշխումը:

7. X պատահական մեծությունն ունի հետևյալ հավանականության ֆունկցիան.

$$P(X=x)=\begin{cases} kx & x=1,3 \\ k(x-1) & x=2,4 \end{cases}$$

որտեղ k -ն հաստատուն է:

ա. Գտնել k -ն:
բ. Աղյուսակով ներկայացնել X -ի հավանականությունների բաշխումը:

8. X դիսկրետ պատահական մեծությունն ունի հետևյալ հավանականությունների բաշխումը.

x	0	1	2
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}-a$	a	$\frac{1}{2}+a$

Գտնել a-ն:

4. Գտնենք հավանականությունը, որ X -ը փոքր է/մեծ է որևէ արժեքից կամ գտնվում է որոշակի երկու արժեքների միջև:

Օրինակ 6

X դիսկրետ պատահական մեծությունն ունի հետևյալ հավանականությունների բաշխումը.

x	1	2	3	4	5	6
$P(X=x)$	0,1	0,2	0,3	0,25	0,1	0,05

Գտնել.

ա. $P(1<X<5)$ բ. $P(2\le X\le 4)$ գ. $P(3<X\le 6)$ դ. $P(X\le 3)$

ա. $P(1<X<5)=P(X=2,3 \text{ կամ } 4)$
$=0{,}2+0{,}3+0{,}25$

Եթե $X<5$, ապա $X\le 4$

$= 0{,}75$

բ. $P(2 \le X \le 4) = P(X = 2, 3 \text{ կամ } 4)$

$= 0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}25$

$= 0{,}75$

գ. $P(3 < X \le 6) = P(X = 4, 5 \text{ կամ } 6)$

$= 0{,}25 + 0{,}1 + 0{,}05$

$= 0{,}4$

դ. $P(X < 3) = P(X = 1, 2 \text{ կամ } 3$

$= 0{,}1 + 0{,}2 + 0{,}3$

$= 0{,}6$

5. Գտնենք դիսկրետ պատահական մեծության գումարային բաշխման ֆունկցիան:

- Եթե x-ը X-ի որևէ արժեք է, ապա $F(x)$ –ով նշանակվում է հավանականությունը, որ X-ը փոքր կամ հավասար է x-ից: $F(x)$ գտնելու համար գումարվում են x-ից փոքր կամ հավասար բոլոր ելքերի հավանականությունները: Գրվում է հետևյալ ձևով.

$$F(x) = P(X \le x)$$

- Ինչպես հավանականությունների բաշխումը, գումարային բաշխման ֆունկցիան կարելի է ներկայացնել աղյուսակային տեսքով:

Օրինակ 7

Նետում են երկու չկեղծված մետաղադրամ: X –ը երկուսի վրա զինանշան բացվելու քանակն է: Աղյուսակով ներկայացնել X-ի գումարային բաշխման ֆունկցիան:

Նմուշների տարածությունն է.

ԶԶ ԶԳ ԳԶ ԳԳ

Զինանշանի քանակը, x	0	1	2
$P(X = x)$	0,25	0,5	0,25
$F(x)$	0,25	0,75	1

$F(0) = p(0) = 0{,}25$

$F(1) = p(0) + p(1)$

$= 0{,}25 + 0{,}5 = 0{,}75$

$F(2) = p(0) + p(1) + p(2)$

$= 0{,}25 + 0{,}5 + 0{,}25 = 1$

Օրինակ 8

X դիսկրետ պատահական մեծության $F(x)$ գումարային բաշխման ֆունկցիան որոշված է հետևյալ կերպ.

$F(X=x)=\frac{x+k}{8}$; $x=1, 2$ և 3:

ա. Գտնել k-ի արժեքը:

բ. Գրել կուլյատիվ բաշխման ֆունկցիայի աղյուսակը:

գ. Հաշվել F(2,6) արժեքը:

դ. Գտնել X-ի հավանականությունների բաշխումը:

ա. $F(3)=1$, հետևաբար $\frac{3+k}{8}=1$

$$3+k=8$$

$$k=5$$

բ. $F(2)=\frac{2+5}{8}=\frac{7}{8}$

$$F(1)=\frac{1+5}{8}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$$

x	1	2	3
$P(X=x)$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$	1

գ. $F(2{,}6)=F(2)=\frac{2+5}{8}=\frac{7}{8}$

դ. $p(1)=F(1)=\frac{3}{4}$

$$p(2)=F(2)-F(1)=\frac{7}{8}-\frac{3}{4}=\frac{1}{8}$$

$$p(3)=F(3)-F(2)=1-\frac{7}{8}=\frac{1}{8}$$

Կստանանք բաշխումը.

x	1	2	3
$P(X=x)$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

$F(2{,}6)$ նշանակում է $P(X \leq 2{,}6)$: Քանի որ X-ը դիսկրետ մեծություն է, ապա 2-ի և 3-ի միջև արժեքներ չի ընդունում և հետևաբար $F(2{,}6)=F(2)$:

X-ը դիսկրետ մեծություն է և ինտերպոլացիա չենք անում:

Օրինակ 8Բ

1. X դիսկրետ պատահական մեծությունն ունի հետևյալ հավանականությունների բաշխումը.

x	0	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	0,1	0,1	0,3	0,3	0,1	0,1

ա. Գտնել հավանականությունը, որ $X < 3$

բ. Գտնել հավանականությունը, որ $X > 3$

գ. Գտնել հավանականությունը, որ $1 < X < 4$

2. X դիսկրետ պատահական մեծությունն ունի հետևյալ հավանականությունների բաշխումը.

x	0	1	2	3
$P(X = x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$

ա. Գտնել $P(1 < X \leq 3)$

բ. Գտնել $P(X < 2)$

3. X դիսկրետ պատահական մեծությունն ունի հետևյալ հավանականությունների բաշխումը.

x	1	2	3	4	5	6
$P(X = x)$	0,1	0,1	0,15	0,25	0,3	0,1

ա. Կազմել $F(x)$ գումարային բաշխման ֆունկցիայի աղյուսակը

բ. Հաշվել $F(5)$ արժեքը

գ. Հաշվել $F(2{,}2)$ արժեքը

4. Դիսկրետ պատահական մեծության $F(x)$ գումարային բաշխման ֆունկցիան ներկայացված է հետևյալ աղյուսակում.

x	0	1	2	3	4	5	6
$F(x)$	0	0,1	0,2	0,45	0,5	0,9	1

ա. Բերել X-ի հավանականությունների բաշխման ֆունկցիայի աղյուսակը

բ. Հաշվել $P(X < 5)$ արժեքը

գ. Հաշվել $P(2 \leq X < 5)$ արժեքը

5. X պատահական մեծությունն ունի հետևյալ բաշխման ֆունկցիան.

$$P(X = x) = \begin{cases} kx, & x = 1, 3, 5 \\ k(x-1), & x = 2, 4, 6 \end{cases}$$

Որտեղ k-ն հաստատուն է:

ա. Գտնել k-ի արժեքը

բ. Գծել X-ի հավանականությունների բաշխման աղյուսակը

գ. Հաշվել $P(2 \leq X < 5)$

դ. Գտնել $F(4)$ արժեքը

ե. Գտնել $F(1{,}6)$ արժեքը

6. X դիսկրետ պատահական մեծությունն ունի հետևյալ հավանականության ֆունկցիան.

$$P(X = x) = \begin{cases} 0{,}1 & x = -2, -1 \\ \alpha & x = 0, 1 \\ 0{,}3 & x = 2, 4, 6 \end{cases}$$

ա. Գտնել α-ի արժեքը

բ. Գծել X-ի հավանականությունների բաշխման աղյուսակը գ. Գտնել $F(0,3)$ արժեքը

7. X դիսկրետ պատահական մեծությունն ունի հետևյալ հավանականության ֆունկցիան.

$$F(x) = \begin{cases} 0{,}1 & x = 0 \\ \dfrac{(x+k)^2}{16} & x = 1, 2 \text{ և } 3 \\ 1 & x > 5 \end{cases}$$

ա. Գտնել k-ի արժեքը

բ. Գծել X-ի հավանականությունների բաշխումը

§37. Դիսկրետ պատահական մեծությունների մաթեմատիկական սպասում և դիսպերսիա

6. Գտնենք դիսկրետ պատահական մեծության միջինը կամ մաթեմատիկական սպասումը

- X-ի մաթեմատիկական սպասումը (սպասվող արժեքը) սահմանվում է այսպես.

X-ի մաթեմատիկական սպասումը (սպասվող արժեքը) = $E(x) = \Sigma xP(X = x) = \Sigma xp(x)$

- Եթե վիճակագրական փորձ կատարելիս.
  Գործնական արդյունքների դեպքում կառուցում են հաճախականությունների բաշխումը և միջին արժեքը, իսկ տեսական մոտեցման դեպքում ստանում ենք հավանականությունների բաշխում և մաթեմատիկական սպասում:

Օրինակ 9

Քաղաքի 100 տնային տնտեսություններից յուրաքանչյուրում հեռուստացույցների քանակի հարցման արդյունքներն ունեն հետևյալ հաճախականությունների բաշխումը.

Հեռուսատացույցների քանակ	0	1	2	3
Հաճախականություն	10	75	10	5

ա. Գտնել այս տվյալների միջին արժեքը:

բ. X դիսկրետ պատահական մեծության համար կազմել հավանականությունների բաշխման աղյուսակը, որտեղ X-ը պատահականորեն ընտրված տնային տնտեսությոյունում հեռուսատացույցների քանակն է

գ. Գտնել X-ի մաթեմատիկական սպասումը

ա. միջին = $\frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{0\cdot10+1\cdot75+2\cdot10+3\cdot5}{100}$

$$0\cdot0{,}1 + 1\cdot0{,}75 + 2.0{,}1 + 3\cdot0{,}05$$

$$0{,}75 + 0{,}2 + 0{,}15 = 1{,}1$$

բ.

x	0	1	2	3
$p(x)$	0,1	0,75	0,1	0,05

գ. $E(X) = \Sigma xp(x)$

$$0\cdot0{,}1 + 1\cdot0{,}75 + 2\cdot0{,}1 + 3\cdot0{,}05$$

$$0{,}75 + 0{,}2 + 0{,}15 = 1{,}1$$

Հավանականություն = $\frac{f}{\Sigma f}$

Այս օրինակում միջին = $\frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = 1{,}1$ և $E(X) = \Sigma xp(x) = 1{,}1$:

Միջինի և $E(X)$-ի հաշվարկները նման են, որի պատճառով էլ $E(X)$-ը երբեմն նաև կոչվում է X-ի միջին:

Օրինակ 10

X պատահական մեծությունն ունի հետևյալ հավանականությունների բաշխումը.

x	1	2	3	4	5
$p(x)$	0,1	p	0,3	q	0,2

ա. Կազմել p, q-ից կազմված երկու հավասարում, եթե տրված է, որ $E(X) = 3$:

բ. Գտնել p և q-ի արժեքները:

ա. $p + q + 0{,}1 + 0{,}3 + 0{,}2 = 1$

$p + q = 1 - 0{,}6$

$p + q = 0{,}4 \qquad (1)$

$1 \cdot 0{,}1 + 2 \cdot p + 3 \cdot 0{,}3 + 4q + 5.0{,}2 = 3$

$2p + 4q = 3 - (0{,}1 + 0{,}9 + 1)$

$2p + 4q = 1 \qquad (2)$

բ. $\begin{cases} 2p + 4q = 1 \\ p + q = 0{,}4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2(p + q) + 2q = 1 \\ p + q = 0{,}4 \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} 2q + 0{,}8 = 1 \\ p + q = 0{,}4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = 0{,}1 \\ p = 0{,}4 - 0{,}1 \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} q = 0{,}1 \\ p = 0{,}3 \end{cases}$

7. Գտնենք X^2-ու մաթեմատիկական սպասումը

- $E(X^2) = \Sigma x^2 P(X = x)$
- Սա ավելի ընդհանուր օրենքի մասնավոր դեպքն է. $E(X^n) = \Sigma x^n P(X = x)$

Օրինակ 11

X դիսկրետ պատահական մեծությունն ունի հետևյալ հավանականությունների բաշխումը.

x	1	2	3	4
$P(X = x)$	$\frac{12}{25}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{3}{25}$

ա. Գտնել X^2-ու հավանականությունների բաշխումը

բ. Գտնել $E(X^2)$:

ա. X^2-ու հավանականությունների բաշխումը.

x	1	2	3	4
x^2	1	4	9	16
$P(X = x^2)$	$\frac{12}{25}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\mathbf{\frac{3}{25}}$

բ. $E(x^2) = \sum x^2 \cdot P(x = x^2)$

$1 \cdot \frac{12}{25} + 4 \cdot \frac{6}{25} + 9 \cdot \frac{4}{25} + 16 \cdot \frac{3}{25}$

$= \frac{120}{25} = 4{,}8$

Նկատենք, որ $P(X = x^2) = P(X = x)$

Նկատենք, որ $E(X) = 1{,}92$, հետևաբար $E(X^2) \neq [E(x)]^2$

Առաջադրանք 8Գ

1. X-ի հետևյալ բաշխումների համար հաշվել $E(X)$ և $E(X^2)$:

ա.

x	2	4	6	8
$P(X = x)$	0,3	0,3	0,2	0,2

բ.

x	1	2	3	4
$P(X = x)$	0,1	0,4	0,1	0,4

գ. Կեղծված զառն ունի հետևյալ հավանականությունների բաշխումը.

x	1	2	3	4	5	6
$P(X = x)$	0,1	0,1	0,1	0,2	0,4	0,1

Հաշվել $E(X)$ և $E(X^2)$:

2. X պատահական մեծությունն ունի հետևյալ հավանականության ֆունկցիան.

$$P(x = x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x = 2, 3, 6 \\ 0 & \text{մնացած արժեքների համար} \end{cases}$$

ա. Կազմել X-ի հավանականությունների բաշխման աղյուսակը:
բ. Հաշվել $E(X)$ և $E(X^2)$:
գ. Մեկնաբանիր, արդյոք $[E(X)]^2 = E(X^2)$

3. Երկու մետաղադրամ նետում են 50 անգամ: Ամեն նետելուց հետո գրանցում են թվանշան բացվելու քանակը:

ա. Կազմել թվանշան բացվելու քանակի հավանականությունների բաշխման աղյուսակը՝ ենթադրելով, որ երկու մետաղադրամները նետվում են միաժամանակ և կանոնավոր են, :

բ. Հաշվել, թե քանի անգամ եք սպասում, որ թվանշան կբացվի 0, 1 կամ 2 անգամ:

Թվանշան բացվելու քանակ (Գ)	0	1	2
Հաճախականություն (f)	7	22	21

գ. Ստուգել, թե արդյոք իրական հաճախականությունները հիմնավորում են, որ մետաղադրամները չկեղծված են: Պատասխանը հիմնավորել:

4. X պատահական մեծությունն ունի հետևյալ հավանականությունների բաշխումը.

x	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	0,1	a	b	0,2	0,1

Գտնել a և b-ն, եթե $E(X) = 2{,}9$:

5. Հինգ նիստ ունեցող կանոնավոր պտուտակի նիստերի վրա գրված են 1-ից 5 թվերը: Պտուտակը նետում են 500 անգամ: Հաշվարկներով ցույց տալ, թե քանի անգամ եք սպասում, որ կբացվի 3 թիվը:

8. Գտնենք պատահական մեծության դիսպերսիան:

- X պատահական մեծության դիսպերսիան սովորաբար նշանակվում է $Var(X)$ և հաշվում են հետևյալ բանաձևով.

$$\boldsymbol{Var(X) = E\left(X^2\right) - (E(X))^2}$$

Օրինակ 12

Նետում են երկու խորանարդաձև զառ՝ կարմիր և կապույտ գույնի: M պատահական մեծությունը նկարագրում է կարմիր և կապույտ զառերի վրա բացված թվերի տարբերությունը:

ա. Գտնել M -ի հավանականությունների բաշխումը:

բ. Հաշվել $\boldsymbol{E(M)}$:

գ. Գտնել $\boldsymbol{Var(M)}$:

ա. M-ի արժեքները կարելի է ներկայացնել աղյուսակի տեսքով.

Կապույտ / Կարմիր	1	2	3	4	5	6
1	0	-1	-2	-3	-4	-5
2	1	0	-1	-2	-3	-4
3	2	1	0	-1	-2	-3
4	3	2	1	0	-1	-2
5	4	3	2	1	0	-1
6	5	4	3	2	1	0

m	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$P(M=m)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

բ. $E(M) = -5\cdot\frac{1}{36} + \left(-4\cdot\frac{2}{36}\right) + \left(-3\cdot\frac{3}{36}\right) + \left(-2\cdot\frac{2}{36}\right) + \left(-1\cdot\frac{1}{36}\right) + 0\cdot\frac{6}{36}$

$+1\cdot\frac{5}{36} + 2\cdot\frac{4}{36} + 3\cdot\frac{3}{36} + 4\cdot\frac{2}{36} + 5\cdot\frac{1}{36}$

$= 0$

գ. $Var(M) = \Sigma m^2 P(M=m) - 0^2 = E(x^2) - 0^2$

$$25\cdot\frac{1}{36} + 16\cdot\frac{2}{36} + 9\cdot\frac{3}{36} + 4\cdot\frac{4}{36} + 1\cdot\frac{5}{36}$$

$$+0\cdot\frac{6}{36} + 1\cdot\frac{5}{36} + 4\cdot\frac{4}{36} + 9\cdot\frac{3}{36} + 16\cdot\frac{2}{36} + 25\cdot\frac{\perp}{36}$$

$$= \frac{(25+32+27+16+5)\cdot 2}{36} = \frac{105}{18} = \frac{35}{6}$$

Առաջադրանք 8Դ

1. Տրված է հետևյալ հավանականությունների բաշխումը:

x	-1	0	1	2	3
$P(X=x)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

ա. Գտնել $E(X)$ բ. Գտնել $Var(X)$:

2. Հետևյալ X պատահական մեծությունների հավանականությունների բաշխման համար գտնել մաթեմատիկական սպասումն ու դիսպերսիան:

ա.

x	1	2	3
$P(X=x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$

բ.

x	-1	0	1
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

գ.

x	-2	-1	1	2
$P(X=x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

3. Y-ը չկեղծված զառը նետելիս բացված թիվն է: Գտնել $E(Y)$ և $Var(Y)$:
4. Երկու չկեղծված խորանարդաձև զառերի վրա բացված թվերի S գումարի համար.
   ա. Գտնել S-ի բաշխումը բ. Գտնել $E(S)$ գ. Գտնել $Var(S)$:
5. Նետում են երկու կանոնավոր քառանիստ զառ: D-ն բացված թվերի տարբերությունն է:
   ա. Գտնել D-ի բաշխումը և ցույց տալ, որ $P(D=3)=\frac{1}{3}$:
   բ. Գտնել $E(D)$
   գ. Գտնել $Var(D)$:
6. Չկեղծված մետաղադրամը նետում են այնքան, մինչև բացվի զինանշան կամ մինչև երեք նետում անելը: T պատահական մեծությունը ցույց է տալիս նետումների քանակը:
7. ա. Ցույց տալ, որ T-ն ունի հետևյալ բաշխումը.

t	1	2	3
$P(T=t)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

բ. Գտնել T-ի սպասումն ու դիսպերսիան:

8. X պատահական մեծությունն ունի հետևյալ բաշխումը.

x	1	2	3
$P(X=x)$	a	b	a

Որտեղ a և b հաստատուններ են

ա. Գրել $E(X)$-ի արտահայտությունը:

բ. Գտնել a և b , եթե $Var(X) = 0,75$

9 X պատահական մեծության մաթեմատիկական սպասման և դիսպերսիայի գաղափարի ընդլայնումը X-ի ֆունկցիայի մաթեմատիկական սպասման և դիսպերսիայի համար:

- Եթե X պատահական մեծություն է, ապա X -ի արժեքը որոշվում է փորձով
- Պատահական մեծությունից կախված կամայական ֆունկցիա ունի հավանականությունների բաշխում, որը կարելի է արտահայտել X -ի հավանականությունների բաշխմամբ
- $E(X)$ և $E(aX + b)$ կապող ընդհանուր օրենքը, որտեղ a և b հաստատուններ են, հետևյալն է.
$$E(aX + b) = aE(X) + b$$
- Նույն ձևով, $Var(X)$ և $Var(aX + b)$ կապող ընդհանուր օրենքը հետևյալն է.
$$Var(aX + b) = a^2 Var(X)$$
- Դիսպերսիան միջինի նկատմամբ շեղումը ցույց տվող մեծություն է, հետևաբար բոլոր արժեքներին հաստատուն գումարելու արդյունքում այդ շեղման չափը չի փոխվի, ինչի արդյունքում էլ b-ն դիսպերսիան չի փոխի: a^2-ն հասկանալի է, եթե հիշենք, որ
$$Var(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$
Այսինքն եթե բոլոր արժեքները բազմապատկվել են a −ով, ապա դիսպերսիան կբազմապատկվի a^2-ով:

Օրինակ 13

X դիսկրետ պատահական մեծությունն ունի հետևյալ հավանականությունների բաշխումը.

x	1	2	3	4
$P(X = x)$	$\frac{12}{25}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{3}{25}$

ա. Գտնել Y-ի հավանականությունների բաշխումը, երբ $Y = 2X + 1$

բ. Գտնել $E(Y)$:

ա. Y-ի հավանականությունների բաշխումը.

x	1	2	3	4
y	3	5	7	9
$P(Y = y)$	$\frac{12}{25}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\mathbf{\frac{3}{25}}$

բ. $E(Y) = E(2X + 1) = \sum y \cdot P(Y = y)$

$= \sum(2x + 1)p(x)$

$= 3 \cdot \frac{12}{25} + 5 \cdot \frac{6}{25} + 7 \cdot \frac{4}{25} + 9 \cdot \frac{3}{25}$

$= \frac{121}{25} = 4.84$

Նկատել, թե ինչպես են օգտագործվում X-ի հավանականանությունները: Օրինակ՝ $P(X=3)=P(Y=7)$

Օրինակ 14

X պատահական մեծության համար $E(X)=4, Var(X)=3$: Գտնել.

ա. $E(3X)$

բ. $E(X-2)$

գ. $Var(3X)$

դ. $Var(X-2)$

ե. $E(X^2)$

ա. $E(3X)=3E(X)=3\cdot 4=12$

բ. $E(X-2)=E(X)-2=4-2=2$

գ. $Var(3X)=3^2Var(X)=9\cdot 3=27$

դ. $Var(X-2)=Var(X)=3$

ե. $E(X^2)=Var(X)+[E(X)]^2=3+4^2=19$

Օրինակ 15

Նետում են երկու 10 ցենտանոց մետաղադրամ: X պատահական մեծությամբ նշանակում են թվով բացված միավորների գումարը:

ա. Գտնել $E(X)$ և $Var(X)$:

S և T պատահական մեծությունները որոշված են հետևյալ կերպ. $S=X-10$ և $T=\frac{1}{2}X-5$:

բ. Ցույց տալ, որ $E(S)=E(T)$

գ. Գտնել $Var(S)$ և $Var(T)$

Սյուզանն ու Թոմասը երկու 10 ցենտանոց մետաղադրամով խաղ են խաղում: Սյուզանն իր համար S-ով նշանակում է իր միավորները, իսկ Թոմասը T-ով նշանակում է իր միավորները: Բազմաթիվ նետումներից հետո նրանք համեմատում են իրենց միավորները:

դ. Մեկնաբանիր ցանկացած նմանությունը կամ տարբերությունը:

ա. X-ի հավանականությունների բաշխումը.

x	0	10	20
$P(Y=y)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

$E(X)=10$ համաչափությունից ելնելով

$Var(X)=E(X^2)-[E(X)]^2$

$Var(X) = 0^2 \cdot \frac{1}{4} + 10^2 \cdot \frac{1}{2} + 20^2 \cdot \frac{1}{4} = 50$

բ. $E(S) = E(X - 10) = E(X) - 10 = 10 - 10 = 0$

$E(T) = E\left(\frac{1}{2} \cdot X - 5\right) = \frac{1}{2}E(X) - 5$

$= \frac{1}{2} \cdot 10 - 5 = 0$

գ. $Var(S) = Vax(X) = 50$

$Var(T) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \mathrm{Var}(x) = \frac{50}{4} = 12{,}5$

դ. Երկուսի միավորներն էլ պետք է մոտավորապես 0 լինեն: $(E(S) = E(T) = 0)$

Սյուզանի միավորները պետք է ավելի սփռված լինեն, քան Թոմասինը:

$(Var(S) = 50 > 12{,}5 = Var(T))$

Օրինակ 16

Y պատահական մեծության միջինը 3 է, իսկ դիսպերսիան՝ 8: Գտնել.

ա. $E(12 - 3Y)$ բ. $Var(12 - 3Y)$

ա. $E(12 - 3Y) = 12 - 3E(Y)$

$= 12 - 3 \cdot 3 = 3$

բ. $Var(12 - 3Y) = (-3)^2 Var(Y) = 9Var(Y)$

$= 9 \cdot 8 = 72$

10. Տեսական ճանապարհով գտնել սկզբնական տվյալների մաթեմատիկական սպասումն ու դիսպերսիան՝ օգտագործելով դրանից կախյալ մեծության մաթեմատիկական սպասումն ու դիսպերսիան:

Օրինակ 17

Սկզբնական տվյալները կոդավորված են՝ $Y = \frac{X-150}{50}$: Կոդավորված տվյալների միջինը 5,1 է, իսկ ստանդարտ շեղումը՝ 2,5: Գտնել.

ա. Սկզբնական տվյալների միջինը

բ. Սկզբնական տվյալների ստանդարտ շեղումը:

ա. $Y = \frac{X-150}{50}$

$X = 50Y + 150$

$E(X) = E(50Y + 150)$

$E(X) = 50E(Y) + 150$

$= 255 + 150 = 405$

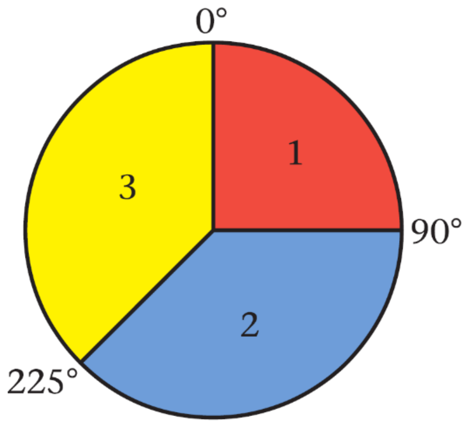
բ. $Var(X) = Var(50Y + 150) = 50^2 Var(Y)$

$= 50^2 2{,}5^2 = 15625$

Ստանդարտ շեղումը $= SD = \sqrt{15625} = 125$

Առաջադրանք 8ե

1. $E(X) = 4,\ Var(X) = 10$: Գտնել
   ա. $E(2X)$ բ. $Var(2X)$
2. $E(X) = 2, Var(X) = 6$: Գտնել
   ա. $E(3X)$ բ. $E(3X+1)$ գ. $E(X-1)$ դ. $E(4-2X)$
   ե. $Var(3X)$ զ. $Var(3X+1)$ է. $Var(X-1)$
3. X պատահական մեծության միջինը 3 է, իսկ դիսպերսիան՝ 9: Գտնել.
   ա. $E(2X+1)$ բ. $E(2+X)$ գ. $Var(2X+1)$ դ. $Var(2+X)$
4. X պատահական մեծության միջինը μ է, իսկ ստանդարտ շեղումը՝ σ: Գտնել
   ա. $E(4X)$ բ. $E(2X+2)$ գ. $E(2X-2)$
   դ. $Var(2X+2)$ ե. $Var(2X-2)$
5. Y պատահական մեծության միջինը 2 է, իսկ դիսպերսիան՝ 9: Գտնել
   ա. $E(3Y+1)$ բ. $E(2-3Y)$ գ. $Var(3Y+1)$
   դ. $Var(2-3Y)$ ե. $E(Y^2)$ զ. $E[(Y-1)(Y+1)]$
6. T պատահական մեծության միջինը 20 է, իսկ ստանդարտ շեղումը՝ 5: Պահանջվում է նորմավորել T-ն հետևյալ վանաձևով. $S = 3T + 4$:Գտնել $E(S)$ և $Var(S)$:
7. Չկեղծված պտուտակը պատրաստված է դիագրամում պատկերված սկավառակից, իսկ X պատահական մեծությունը ցույց է տալիս պտույտից հետո պտուտակի ցույց տված թիվը:
   ա. Գտնել X-ի բաշխումը բ. Հաշվել $E(X)$ գ. Գտնել $Var(X)$
   դ. Գտնել $E(2X+1)$ զ. Գտնել $Var(3X-1)$:



8. X դիսկրետ պատահական մեծությունն ունի հետևյալ հավանականությունների բաշխումը.

x	-1	0	1	2
$P(X=x)$	0,2	0,5	0,2	0,1

ա. Գտնել $E(X)$ բ. Գտնել $Var(X)$ գ. Գտնել $E(\frac{1}{3}X+1)$ դ. Գտնել $Var(\frac{1}{3}X+1)$

§38. Դիսկրետ հավասարաչափ բաշխում

11. Որոշ փորձերի ելքերի հավանականությունների բաշխումը նկարագրելու համար կիրառվում է **դիսկրետ հավասարաչափ բաշխումը**:

- Մեկ չկեղծված զառի նետման արդյունքում բացված S միավորի հավանականությունների բաշխումը հետևյալն է.

s	1	2	3	4	5	6
$P(S = s)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

  Սա **դիսկրետ հավասարաչափ բաշխման** օրինակ է $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ արժեքների համար: Այն կոչվում է դիսկրետ, քանի որ ընդունում է միայն դիսկրետ արժեքներ և հավասարաչափ, քանի որ բոլոր հավանականությունները հավասար են:
- **դիսկրետ հավասարաչափ բաշխման** համար անհրաժեշտ պայմաններն են.

  դիսկրետ պատահական մեծությունը որոշված է որևէ n տարր ունեցող բազմության վրա:

  Յուրաքանչյուր արժեք հավասարահնարավոր է. $P(X = x) = \frac{1}{n}$, յուրաքանչյուր x-ի համար:
- Հաճախ X-ը որոշված է $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ բազմության վրա: Այս դեպքերում միջինն ու դիսպերսիան տրվում են հետևյալ բանաձևերով.

$$\boldsymbol{E(X) = \frac{n+1}{2}}$$

$$\boldsymbol{Var(X) = \frac{(n+1)(n-1)}{12}}$$

Այս բանաձևերը տեղի ունեն միայն երբ X-ը $1, 2, 3, \dots, n$ է:

Այս բանաձևերն ապացուցելու կամ քննության համար իմանալու կարիք չկա, սակայն որոշ խնդիրներում դրանք կարող են օգտակար լինել:

Օրինակ 18

Պատահական թվերի աղյուսակից պատահականորեն թվանշաններ են ընտրում:

ա. Գտնել թվանշանների միջինն ու ստանդարտ շեղումը:

բ. Գտնել հավանականությունը, որ որևէ թվանշան գտնվում է միջինից մեկ ստանդարտ շեղում հեռավորությամբ միջակայքում:

Թվանշանները միանիշ թվերն են: Այս դեպքում թվանշանները կլինեն 0-9 թվերը:

Դիցուք R-ը ներկայացնում է այս դիսկրետ պատահական մեծությունը, որը {0, 1, ..., 9} բազմության վրա ունի հավասարաչափ բաշխում:

Դիցուք X-ը ներկայացնում է այս դիսկրետ պատահական մեծությունը, որը {1, 2, ..., 10} բազմության վրա ունի հավասարաչափ բաշխում:

X-ի և R-ի միջև գոյություն ունի պարզ գծային կապ՝ $R = X - 1$:

Ներմուծելով X դիսկրետ պատահական մեծությունը, դուք կարող եք X-ի համար կիրառել վերևում բերված ստանդարտ բանաձևը, երբ $n = 10$:

$$E(R) = E(X-1)$$
$$= E(X) - 1$$
$$= \frac{n+1}{2} - 1$$
$$= \frac{10+1}{2} - 1 = 4{,}5$$

և

$$Var(R) = Var(X-1)$$
$$= Var(X)$$
$$= \frac{(n+1)(n-1)}{12}$$
$$= \frac{11 \cdot 9}{12} = 8{,}25$$

Ստանդարտ շեղում = $\sigma = \sqrt{8{,}25}$

$= 2{,}87$ (3 նիշի ճշտությամբ)

բ. Նախորդից օգտագործելով σ-ի արժեքը, կգտնենք պահանջվող հավանականությունը.

$$P(4{,}5 - 2{,}87\ldots < R < 4{,}5 + 2{,}87\ldots)$$
$$= P(1{,}63\ldots < R < 7{,}37\ldots)$$
$$= P(2 \le R \le 7)$$
$$= \frac{6}{10} = 0{,}6$$

$1, 2, 3, \ldots, n$ հաջորդականության միջինը հաշվելու բանաձևը:

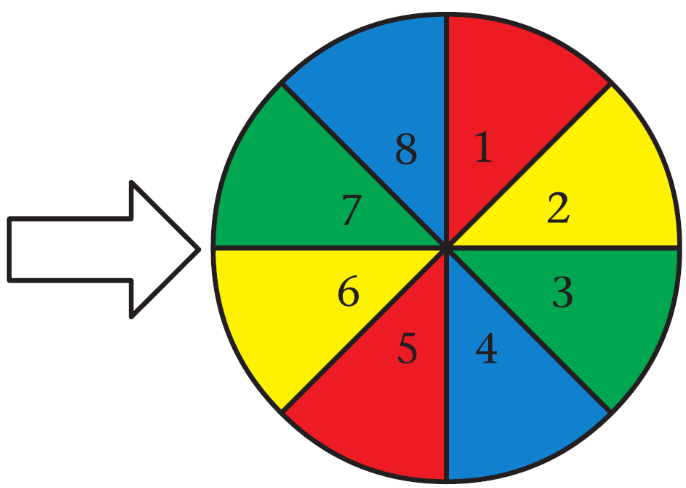
$1, 2, 3, \ldots, n$ հաջորդականության դիսպերսիան հաշվելու բանաձևը:

Օրինակ 18-ը ցույց է տալիս, թե ինչպես կարելի է օգտագործել բանաձևը $\{0, 1, 2, 3, \ldots, n\}$ հաջորդականությունների համար և X-ից կախված ֆունկցիաների համար:

Չնայած իր պարզությանը, դիսկրետ հավասարաչափ բաշխումը հանդիպում է բազմաթիվ դեպքերում: Կիրառելուց առաջ կարևոր է ստուգել, որ բոլոր անհրաժեշտ պայմանները բավարարվեն: Առաջին պայմանն այն է, որ բոլոր հավանականությունները հավասար լինեն, իսկ երկրորդը, որ պատահական մեծությունը որոշված լինի որոշակի n տարր ունեցող բազմության վրա: Օրինակ՝ պարկում կա հինգ մետաղադրամ. մեկ 50 ցենտանոց, մեկ 20 ցենտանոց, մեկ 10 ցենտանոց, մեկ 5 ցենտանոց, մեկ 2 ցենտանոց: Երեխային թույլ է տրվում պատահականորեն ընտրել որևէ մետաղադրամ և վերցնել: V պատահական մեծությունը ներկայացնում է մետաղադրամի արժեքը: Դուք միգուցե փորձեք մոդելավորել V-ն որպես $\{2, 5, 10, 20, 50\}$ արժեքներ ընդունող հավասարաչափ բաշխում ունեցող մեծություն, սակայն ակնհայտ չէ, թե արդյոք 50 ցենտանոց ընտրելու հավանականությունը հավասար է 10 ցենտանոց ընտրելու հավանականությանը, քանի որ դրանք ունեն տարբեր չափեր:

Առաջադրանք 8Ձ

6. X-ը դիսկրետ հավասարաչափ բաշխված պատահական մեծություն է $1, 2, 3, 4$ և 5 արժեքներով: Հաշվել X-ի մաթ. սպասումն ու դիսպերսիան:
7. Պարկում կա 7 միատեսակ գնդակ, որոնց վրա գրված են 1-7 թվերը: Պատահականորեն հանում են մեկ գնդակ: X-ը գնդակի վրայի թիվն է:
   ա. Գտնել $E(X)$ բ. Գտնել $Var(X)$
8. Չկեղծված զառը նետում են մեկ անգամ: X-ը զառի վրա բացված թիվն է:
   ա. X-ի մաթ. սպասումն ու դիսպերսիան
   բ. Հաշվել հավանականությունը, որ X-ը միջինից գտնվում է մեկ ստանդարտ շեղման միջակայքում:
9. 2, 4, 6, …, 20 զույգ թվերով խաղաքարտերի տուփից պատահականորեն ընտրում են մեկ խաղաքարտ: X-ը խաղաքարտի վրայի թիվն է:
   ա. Գտնել $P(X > 15)$ բ. Գտնել X-ի մաթ, սպասումն ու դիսպերսիան
10. Կրկնել նախորդ խնդիրը կենտ թվերի համար:
11. Թղթի վրա գծում են հատված, որը բաժանում են 4 հավասար մասերի և ստացված հատվածները համարակալում են 1, 2, 3 և 4 թվերով: Խնջույքի ընթացքում խաղ են խաղում, որի ժամանակ կապում են որևէ մեկի աչքերը, ով հատվածի վրա կետ է դնում: Գրանցում են հատվածի համարը, որին պատկանում է կետը: Առաջարկվում է որպես բաշխում դիտարկել հավասարաչափ դիսկրետ բաշխումը (1, 2, 3 , 4) բազմության վրա: Մեկնաբանել այս առաջարկը:
12. Արդար/ազնիվ խաղի համար օգտագործում են չկեղծված պտուտակ: Մեկ պտույտ անելու համար պետք է վճարել 5 ցենտ: Պտուտակը պտտելուց բացված թիվը ցույց է տալիս շահած գումարը:



Եթե X-ով նշանակենք ամեն հաջորդ պտույտից հետո բացվող թիվը, գտնել.

ա. X-ի բաշխման մոդել

բ. Հաշվել $E(X)$

գ. Հաշվել $Var(X)$:

դ. Բացատրել, թե ինչու չի կարելի ակնկալել գումար աշխատել այս խաղը բավական երկար խաղալու ընթացքում:

Խառը Առաջադրանք 8Է

1. X պատահական մեծությունն ունի հետևյալ հավանականության ֆունկցիան.

$$P(X=x)=\frac{x}{21}, \quad x=1,2,3,4,5,6$$

ա. Կազմել X-ի հավանականությունների բաշխման աղյուսակը:

Գտնել

բ. $P(2<X\leq 5)$

գ. $E(X)$

դ. $Var(X)$

ե. $Var(3-2X)$

2. X պատահական մեծությունն ունի հետևյալ հավանականությունների բաշխումը.

x	-2	-1	0	1	2	3
$P(X=x)$	0,1	0,2	0,3	r	0,1	0,1

Գտնել

ա. r-ի արժեքը

բ. $P(-1\leq X<2)$

գ. $F(0,6)$

դ. $E(2X+3)$

ե. $Var(2X+3)$

3. X պատահական մեծությունն ունի հետևյալ հավանականությունների բաշխումը.

x	0	1	2
$P(X=x)$	$\frac{1}{5}$	b	$\frac{1}{5}+b$

ա. Գտնել b -ի արժեքը

բ. Ցույց տալ, որ $E(X)=1,3$

գ. Գտնել $Var(X)$-ի ճշգրիտ արժեքը

ե. Գտնել $P(X\leq 1,5)$-ի ի ճշգրիտ արժեքը

4. X դիսկրետ պատահական մեծությունն ունի հետևյալ հավանականության ֆունկցիան.

$$P(x=x)=\begin{cases} k(1-x) & x=0,1 \\ k(x-1) & x=2,3 \\ 0 & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$$

Որտեղ k-ն հաստատուն է:

ա. Ցույց տալ, որ $k=\frac{1}{4}$

բ. Գտնել $E(X)$ և ցույց տալ, որ $E(X)=5,5$

գ. Գտնել $Var(2X-2)$

5. X պատահական մեծությունն ունի հետևյալ հավանականությունների բաշխումը.

x	0	1	2	3

$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

Գտնել

ա. $P(1 < X \leq 2)$ բ. $F(1,5)$ գ. $E(X)$

դ. $E(3X-1)$ ե. $Var(\mathrm{X})$

6. Դիսկրետ պատահական մեծությունն այնպիսին է, որ նրա յուրաքանչյուր արժեք հավասարապես հնարավոր է:

ա. Գրել բաշխման անունը բ. Բերել այդպիսի բաշխման օրինակ

Վերևում նկարագրված X պատահական մեծությունը կարող է ընդունել 0, 1, 2, 3 և 4 արժեքներ:

Գտնել

գ. $E(X)$ դ. $Var(\mathrm{X})$

7. X պատահական մեծությունն ունի հետևյալ հավանականությունների բաշխումը

x	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	0,1	p	q	0,3	0,1

ա. Կազմել p, q-ից կախված հավասարում, եթե $E(X)=3{,}1$:

Գտնել

բ. p և q-ի արժեքները

գ. $Var(\mathrm{X})$

դ. $Var(2\mathrm{X}-3)$

8. X դիսկրետ պատահական մեծությունն ունի հետևյալ հավանականության ֆունկցիան.

$$P(x=x)=\begin{cases} kx & x=0,1 \\ k(x-2) & x=3,4,5 \end{cases}$$

Որտեղ k-ն հաստատուն է:

ա. Գտնել k-ի արժեքը բ. Գտնել $E(X)$ -ի ճշգրիտ արժեքը

գ. Ցույց տալ, որ $Var(X)=2{,}02$, (3 թվանշանի ճշտությամբ)

դ. Գտնել $Var(3-2X)$, մեկ տասնորդական թվանշանի ճշտությամբ

9. X պատահական մեծությունն ունի հավասարաչափ հավանականության ֆունկցիա.

$$P(X=x)=\frac{1}{21}, \quad x=1,2,3,4,5,6$$

ա. Գտնել $E(X)$-ի արտահայտությունը ու հաշվել արժեքը և ցույց տալ, որ $Var(X)=\frac{35}{12}$

բ. Գտնել $E(2X-1)$

գ. Գտնել $Var(3-2X)$

10. X պատահական մեծությունն ունի հավասարաչափ հավանականության ֆունկցիա.

$$p(x) = \frac{3x-1}{26}, \quad x = 1, 2, 3, 4$$

ա. Կազմել X-ի հավանականությունների բաշխման աղյուսակը

Գտնել

բ. $P(2 < X \leq 4)$

գ. $E(X)$-ի ճշգրիտ արժեքը

դ. Ցույց տալ, որ $Var(X) = 0{,}92$, 2 թվանշանի ճշտությամբ

ե. $Var(1 - 3X)$