

Ջանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր

10-րդ դասարան, հիմնական ծրագիր

Գ.Գ. Գևորգյան, Ա.Ա. Սահակյան, 2009 թ./2017թ.

<https://fliphtml5.com/fumf/tbii>

Թեմա 4. Թվային արգումենտի եռանկյունաչափական ֆունկցիաներ,
եռանկյունաչափական հավասարումներ
(22 ժամ)

§1. Սինուս և կոսինուս ֆունկցիաների հատկություններն ու գրաֆիկները,

Էջ 100 - 105

Դաս 67, 68, 69

Առաջադրանքներ 286 - 292

Տեսական նյութի ամրապնդման հարցեր, էջ 104, 1- 4

Լրացուցիչ նյութեր.

1. Գտեք ֆունկցիայի որոշման տիրույթը.

ա) $y = \sin 2x$, բ) $y = \cos \frac{x}{2}$, գ) $y = \cos \frac{1}{x}$,

դ) $y = \sin \frac{4}{x}$, ե) $y = \sqrt{x}$, զ) $y = \cos \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$:

2. Գտեք ֆունկցիայի արժեքների բազմությունը.

ա) $y = 1 + \sin x$, բ) $y = 1 - \cos x$,

գ) $y = 1 - 4 \cos 2x$, դ) $y = \sin 2x \cdot \cos 2x + 2$,

ե) $y = 1 - 2|\cos x|$, զ) $y = \sin x - 5 \cos x$:

3. Ձևափոխելով $y = \sin x$ կամ $y = \cos x$ ֆունկցիայի գրաֆիկը՝ կառուցեք տրված ֆունկցիայի գրաֆիկը.

ա) $y = \sin 2x$, բ) $y = 2 \sin x$, գ) $y = |\sin x|$, դ) $y = \cos |x|$:

5. Պարզեք՝ աճում է, թե նվազում $y = \cos x$ ֆունկցիան տրված հատվածի վրա.

ա) $[3\pi; 4\pi]$, բ) $[-2\pi; -\pi]$, գ) $\left[2\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$,

դ) $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$, ե) $[1; 3]$, զ) $[-2; -1]$:

6. Պարզեք՝ աճում է, թե նվազում $y = \sin x$ ֆունկցիան տրված հատվածի վրա.

$$\begin{array}{lll} \text{ա) } \left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2} \right], & \text{բ) } \left[\frac{\pi}{2}; \pi \right], & \text{գ) } \left(-\pi; -\frac{\pi}{2} \right), \\ \text{դ) } \left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2} \right], & \text{ե) } [2; 4], & \text{զ) } (6; 7) : \end{array}$$

7. Օգտագործելով բերման բանաձևերը՝ համեմատեք թվերը.

$$\begin{array}{ll} \text{ա) } \cos \frac{\pi}{5} \text{ և } \sin \frac{\pi}{5}, & \text{բ) } \sin \frac{\pi}{7} \text{ և } \cos \frac{\pi}{7}, \\ \text{գ) } \sin \frac{\pi}{8} \text{ և } \cos \frac{3\pi}{10}, & \text{դ) } \sin \frac{\pi}{5} \text{ և } \cos \frac{5\pi}{14}: \end{array}$$

8. https://mathnet.am/element_func/elem_func.html

https://mathnet.am/interact/sinx_1.html

<https://www.youtube.com/watch?v=PVY2jM2ljh8>

<https://www.youtube.com/watch?v=d0YZLime4w0&list=PLJ8TtQgi6QOrjQHhWdPChy-JkVOzmzee3&index=33>

<https://www.youtube.com/watch?v=EQp0nI7ldq8&list=PLJ8TtQgi6QOrjQHhWdPChy-JkVOzmzee3&index=34>

<https://www.youtube.com/watch?v=CGm68MMox5k&list=PLJ8TtQgi6QOrjQHhWdPChy-JkVOzmzee3&index=50>

<https://www.youtube.com/watch?v=2J1It5AikLE&list=PLJ8TtQgi6QOrjQHhWdPChy-JkVOzmzee3&index=52>

§2. Տանալի և կոտանի
Ֆունկցիաների հատկություններն ու գրաֆիկները,

Էջ 105 - 108

Դաս 70, 71, 72

Առաջադրանքներ 295 - 298

Տեսական կյուրթի ամրապնդման հարցեր, էջ 108, 1-3

Լրացուցիչ կյուրթեր.

1. Համեմատեք թվերը.

$$\begin{array}{ll} \text{ա) } \operatorname{tg} \frac{\pi}{5} \text{ և } \operatorname{tg} \frac{\pi}{7}, & \text{բ) } \operatorname{tg} \frac{7\pi}{8} \text{ և } \operatorname{tg} \frac{8\pi}{9}, \\ \text{գ) } \operatorname{tg} \left(-\frac{7\pi}{8} \right) \text{ և } \operatorname{tg} \left(-\frac{8\pi}{9} \right), & \text{դ) } \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{5} \right) \text{ և } \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{7} \right), \end{array}$$

ե) $tg2$ և $tg3$,

զ) $tg1$ և $tg1,5$,

է) $ctg \frac{\pi}{7}$ և $ctg \frac{6\pi}{7}$,

ը) $ctg\left(-\frac{\pi}{7}\right)$ և $ctg\left(-\frac{6\pi}{7}\right)$,

թ) $ctg \frac{\pi}{11}$ և $ctg \frac{13\pi}{12}$,

ժ) $ctg \frac{6\pi}{7}$ և $ctg\left(-\frac{\pi}{5}\right)$:

2. 1. Ձևափոխելով $y = tgx$ կամ $y = ctgx$ ֆունկցիայի գրաֆիկը՝ կառուցեք սրված ֆունկցիայի գրաֆիկը.

ա) $y = tgx + 3$, բ) $y = 2 - ctgx$,

գ) $y = |tgx|$, դ) $y = ctg|x|$:

3. https://mathnet.am/element_func/elem_func.html

<https://www.youtube.com/watch?v=sc5y4GgRFmM>

https://www.youtube.com/watch?v=w8Rtn_MWiOc

<https://www.youtube.com/watch?v=bTznWsZL38w&list=PLJ8TtQgi6QOrjQHhWdPChy-JkVOzmzee3&index=32>

<https://www.youtube.com/watch?v=ZjUjDeMxUS4>

<https://www.youtube.com/watch?v=u4Y98Q1N804&list=PLJ8TtQgi6QOrjQHhWdPChy-JkVOzmzee3&index=49>

§3. Թվի արկսինուսը և արկկոսինուսը,

Էջ 109 - 112

Դաս 73, 74, 75

Առաջադրանքներ 301 - 308

Տեսական նյութի ամրապնդման հարցեր, էջ 111, 1- 4

Լրացուցիչ նյութեր.

1. Հաշվեք.

1) $\arcsin 0$,

2) $\arcsin 1$,

3) $\arcsin(-1)$,

4) $\arcsin \frac{1}{2}$,

5) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$,

6) $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$,

7) $\arccos 1$,

8) $\arccos \frac{1}{2}$,

9) $\arccos(-1)$,

10) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$,

11) $\arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$:

2. Գտեք արտահայտության թույլատրելի արժեքների բազմությունը.

ա) $\arcsin \frac{x-3}{5}$, բ) $\arccos(9-3x)$, գ) $\arccos(2\sqrt{x}-3)$ դ) $\arcsin \frac{2x^2-8}{7}$:

3. Իմաստ ունի՞ արդյոք արտահայտությունը.

ա) $\arcsin \frac{\pi}{2}$, բ) $\arcsin \frac{\pi}{3}$, գ) $\arcsin \pi$, դ) $\arcsin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$,

ե) $\arcsin\left(-\frac{3}{4}\right)$, զ) $\arcsin \frac{\sqrt{5}}{2}$, է) $\arccos \frac{\pi}{2}$, ը) $\arccos \frac{\pi}{3}$,

թ) $\arccos \pi$, ժ) $\arccos\left(-\frac{3}{5}\right)$ ի) $\arccos \frac{\sqrt{5}}{4}$ լ) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{17}}{2}\right)$:

4. Գտեք արտահայտության արժեքը.

ա) $\sin\left(\arcsin \frac{1}{2}\right)$, բ) $\sin\left(\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$, գ) $\sin\left(\arcsin\left(-\frac{1}{3}\right)\right)$,

դ) $\sin\left(\arcsin \frac{1}{3}\right)$, ե) $\sin(\arcsin 0,3)$, զ) $\sin(\arcsin(-0,3))$,

է) $\cos\left(\arccos \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, ը) $\cos\left(\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$, թ) $\cos(\arccos 0,6)$,

ժ) $\sqrt{3} \sin\left(\arccos \frac{1}{2}\right)$, ի) $4 \arcsin\left(\cos \frac{\pi}{2}\right)$:

5. Տրված արտահայտությունները համեմատեք 0-ի հետ.

ա) $\arcsin \frac{1}{3}$, բ) $\arcsin\left(-\frac{1}{3}\right)$, գ) $\arcsin 0,2$, դ) $\arcsin(-0,9)$:

6. Տրված արտահատությունները համեմատեք $\frac{\pi}{2}$ -ի հետ.

$$\omega) \arccos \frac{1}{4}, \quad \rho) \arccos \left(-\frac{1}{4}\right), \quad \varphi) \arccos 1, \quad \eta) \arccos(-1):$$

7. Կառուցեք անկյունները.

$$\omega) \arcsin \frac{1}{4}, \quad \pi - \arcsin \frac{1}{4}, \quad \rho) \arcsin \left(-\frac{2}{3}\right), \quad \pi - \arcsin \left(-\frac{2}{3}\right),$$

$$\varphi) \arccos \frac{1}{3}, \quad -\arccos \frac{1}{3}, \quad \eta) \arccos \left(-\frac{1}{4}\right), \quad -\arccos \left(-\frac{1}{4}\right):$$

8. https://lib.amedu.am/resource/29064?fbclid=IwAR3dtsUT0m-hv8_Fw_oO_b8NLFx_h1FXAwTrphhk3rWVS60PYjSf0AM4MNM

§4. Թվի արկտանգենտը և արկկոտանգենտը,

Էջ 110 - 113

Դաս 76, 77, 78

Առաջադրանքներ 309 - 311

Տեսական նյութի ամրապնդման հարցեր, էջ 111՝ 5, 6

Լրացուցիչ նյութեր.

1. Հաշվել.

1) $\operatorname{arctg} 0,$

2) $\operatorname{arctg} 1,$

3) $\operatorname{arctg}(-1),$

4) $\operatorname{arctg} \sqrt{3},$

5) $\operatorname{arctg} \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right),$

6) $\operatorname{arcctg} 0,$

7) $\operatorname{arcctg} 1,$

8) $\operatorname{arcctg}(-1),$

9) $\operatorname{arcctg}(-\sqrt{3}),$

10) $\operatorname{arcctg} \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right):$

2. Գտնել արտահայտության արժեքը.

ա) $tg(\operatorname{arctg}1)$, բ) $tg(\operatorname{arctg}(-3))$, գ) $tg(\operatorname{arctg}\sqrt{3})$,
 դ) $tg(\operatorname{arctg}(-2021))$, ե) $ctg(\operatorname{arcctg}1)$, զ) $ctg(\operatorname{arcctg}(-3))$,
 է) $ctg(\operatorname{arcctg}\sqrt{3})$, ը) $ctg(\operatorname{arcctg}(-\pi))$:

3. Տրված արտահատությունները համեմատել 0-ի հետ.

ա) $\operatorname{arctg}0$, բ) $\operatorname{arctg}1$, գ) $\operatorname{arctg}(-1)$,
 դ) $\operatorname{arctg}(-\sqrt{3})$, ե) $\operatorname{arctg}2$, զ) $\operatorname{arctg}(-3)$:

4. Տրված արտահատությունները համեմատել $\frac{\pi}{2}$ -ի հետ.

ա) $\operatorname{arcctg}1$, բ) $\operatorname{arcctg}2$, գ) $\operatorname{arcctg}3$,
 դ) $\operatorname{arcctg}(-1)$, ե) $\operatorname{arcctg}(-2)$, զ) $\operatorname{arcctg}(-3)$:

5. Կառուցել անկյունները.

ա) $\operatorname{arctg}1$, բ) $\operatorname{arctg}2$, գ) $\operatorname{arctg}(-3)$, դ) $\operatorname{arctg}(-1)$,
 ե) $\operatorname{arcctg}1$, զ) $\operatorname{arcctg}2$, է) $\operatorname{arcctg}(-1)$, ը) $\operatorname{arcctg}(-2)$:

6. <https://lib.armedu.am/resource/29070>

§5. Պարզագույն եռանկյունաչափական հավասարումների լուծման բանաձևերը,

Էջ 113 - 119

Դաս 79, 80, 81

Առաջադրանքներ 314 - 319

Տեսական նյութի ամրապնդման հարցեր, էջ 118, 1- 7

Լրացուցիչ նյութեր.

Լուծել հավասարումը (1 - 4).

1. ա) $\sin x = 1$, $\cos x = 1$, $tgx = 1$, $ctgx = 1$,
 բ) $\sin x = -1$, $\cos x = -1$, $tgx = -1$, $ctgx = -1$,
 գ) $\sin x = 0$, $\cos x = 0$, $tgx = 0$, $ctgx = 0$:

2. ա) $\sin x = \frac{1}{2}$, $\cos x = \frac{1}{2}$, $\sin x = -\frac{1}{2}$, $\cos x = -\frac{1}{2}$,

բ) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\sin x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$,

գ) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$:

3. ա) $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$, $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$, $\operatorname{ctg} x = \sqrt{3}$, $\operatorname{ctg} x = -\sqrt{3}$,

բ) $\operatorname{tg} x = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\operatorname{tg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\operatorname{ctg} x = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\operatorname{ctg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$:

4. ա) $\sin x = \frac{1}{9}$, $\cos x = \frac{1}{5}$, $\cos x = -\frac{2}{7}$, $\sin x = -\frac{3}{5}$,

բ) $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$, $\operatorname{tg} x = -5$, $\operatorname{ctg} x = \sqrt{2}$, $\operatorname{ctg} x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$,

գ) $\sin x = \frac{7}{5}$, $\cos x = -\frac{7}{5}$, $\operatorname{tg} x = -\frac{7}{5}$, $\operatorname{ctg} x = \frac{7}{5}$:

5. Գտնել $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ հավասարման բոլոր արմատները $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ հատվածի վրա:

6. Գտնել $\sin 2x = \frac{1}{2}$ հավասարման բոլոր արմատները $[0; \pi]$ հատվածի վրա:

§6. Եռանկյունաչափական հավասարումներ,

Էջ 119 - 123

Դաս 82, 83, 84, 85

Առաջադրանքներ 322 - 336

Տեսական նյութի ամրապնդման հարցեր, էջ 121, 1- 3

Լրացուցիչ նյութեր.

1. Ստուգել.

ա) $\frac{5\pi}{6}$ թիվը $2\cos 2x + 4\sin x = 3$ հավասարման արմատ է:

բ) $-\frac{7\pi}{3}$ թիվը $2\cos 2x + 3 = 4\cos x$ հավասարման արմատ է:

Լուծել հավասարումը (2 - 6).

2.

ա) $\sin 11x \cos 6x = \sin 9x \cos 4x$, Ե) $\cos 3x \cos 5x = \cos x \cos 7x$,

բ) $\cos 3x \cos 5x = \cos 4x \cos 6x$, զ) $\sin 2x \sin 4x = \sin x \sin 5x$,

գ) $\sin x \sin 3x = \sin 5x \sin 7x$, Է) $\cos 5x + \cos 7x = \cos(\pi + 6x)$,

դ) $\sin 2x \cos 4x = \sin 6x \cos 8x$, ը) $\sin 3x + \sin 5x = \sin 4x$:

3.

ա) $\sin 3x \sin 4x - \cos x = 0$, Ե) $\sin 2x - \cos 2x + \sin x + \cos x + 1 = 0$,

բ) $1 + \cos x - \cos 2x = \cos 3x$, զ) $\cos 2x \sin x + \sin x = 5 \cos 2x + 5$,

գ) $1 + \cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$, Է) $\cos 9x - \cos 7x + \cos 3x - \cos x = 0$,

դ) $\cos 2x - \cos 8x + \cos 6x = 1$, ը) $\cos 4x + \cos 2x = \sin 9x + \sin 3x$:

4.

ա) $\sin x \cos 5x = \sin 6x$, Ե) $\sin x + \sin 3x = 4 \cos^3 x$,

բ) $\sin 3x = \cos x - \sin x$, զ) $\sin 4x = 2 \cos^2 x - 1$,

գ) $\operatorname{tg}^2 3x - 2 \sin^2 3x = 0$, Է) $\sin 6x = 2 \sin 2x$,

դ) $\cos 2x + \cos 6x + 2 \sin^2 x = 1$, ը) $(1 + \cos 4x) \sin x = \cos^2 2x$:

5.

ա) $\cos^2 x + 4 \sin^2 x = 2 \sin 2x$, Ե) $3 \cos 2x - 4 \sin 2x - 5 = 0$,

բ) $3 \cos^2 x = 4 \sin x \cos x - \sin^2 x$, զ) $3 \cos^2 x - \sin^2 x - \sin 2x = 0$,

գ) $3 \cos^2 x = \sin^2 x + \sin 2x$, Է) $2 \sin 2x = 6 \cos^2 x - 1$,

դ) $2 \sin^2 x - \cos 2x + \sin 2x = 0$, ը) $6 \sin^2 x + \sin x \cos x - \cos^2 x = 2$:

6.

ա) $\sqrt{3} \cos x + \sin x = \sqrt{2}$, Ե) $3 \sin x + 4 \cos x = 2$,

բ) $\cos x - \sqrt{3} \sin x = -1$, զ) $\sin x - 2 \cos x = 1$,

գ) $\sqrt{3} \cos x + \sin(\pi + x) = \sqrt{2}$, Է) $3 \sin 3x + 4 \cos 3x = -5$,

դ) $5 \cos x + 12 \sin x = 13$, ը) $4 \cos^2 x - 7 \sin 2x = 2$: