

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՆԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ

11-12-րդ դասարաններ

Երկրորդ օր (20 փետրվարի 2022թ)

4. Գտնել $x + y + z$ արտահայտության հնարավոր փոքրագույն արժեքը, եթե հայտնի է, որ $xy + yz + zx + xyz = 2$ և $x, y, z > 0$:
5. Շրջանագծին ներգծած է $ABCDE$ հնգանկյունը, ընդ որում $\angle ABC < 90^\circ$ և $AE = DC$: Դիցուք K -ն BE հատվածի վրա այնպիսի կետ է, որ $BK \leq \frac{BE}{2}$: Ապացուցել, որ $AK + KC \geq BD$:
6. Դիցուք փրված են k, m և n բնական թվերը ($n > m$): Շրջանագծի երկայնքով դասավորված են $n \cdot k$ հատ արկղ, որոնք համարակալված են $0, 1, \dots, nk - 1$ համարներով՝ ժամացույցի սլաքի պտտման ուղղությամբ: Արկղերից n հատում կա մեկական գնդակ: Յուրաքանչյուր քայլի թույլատրվում է ընտրել m հատ հարևան գնդակ (պարտադիր չէ լինեն հարևան արկղերում) և փեղափոխել ժամացույցի սլաքի ուղղությամբ հարևան վանդակներ, ընդ որում նույն արկղում չի կարող հայտնվել մեկից ավելի գնդակ: Թվերի (k, m, n) եռյակը կոչվում է "կախարչալ", եթե որոշակի քայլերի շնորհիվ $0, 1, 2, \dots, n - 1$ արկղերում եղած գնդակները հնարավոր է փեղափոխել $0, k, 2k, \dots, (n - 1)k$ արկղեր:
 - ա) Պարզել, թե a բնական թվի որ արժեքների դեպքում $(2^a, 2, 5)$ եռյակը կլինի կախարչալ:
 - բ) Ապացուցել, որ ցանկացած M բնական թվի համար գոյություն ունեն M -ից մեծ k, m և n բնական թվեր, որ (k, m, n) եռյակը կախարչալ չէ:

Աշխատաժամանակը 4 ժամ

Յուրաքանչյուր խնդիր գնահատվում է առավելագույնը 7 միավոր