

## Մաթեմատիկայի օլիմպիադա 7-րդ դասարան

### Հանրապետական փուլ

1. Քանի քառանիշ թիվ կա, որոնց թվանշանների արտադրյալը հիսուն անգամ մեծ է թվանշանների գումարից:

**Լուծում.** Քանի որ  $50 = 2 \cdot 5 \cdot 5$ , հետևաբար թվի թվանշանները պետք է լինեն 5;5;2;x կամ 5;5;4;x կամ 5;5;6;x կամ 5;5;8;x: Լուծելով համապատասխան հավասարումները՝  $50(2+5+5+x) = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot x$   $50(4+5+5+x) = 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot x$   $50(6+5+5+x) = 6 \cdot 5 \cdot 5 \cdot x$   $50(8+5+5+x) = 8 \cdot 5 \cdot 5 \cdot x$ , կստանանք, որ այդ քառանիշ թվի թվանշաններն են 5;5;6;8: Այս նիշերով կարելի է կազմել 12 հատ իրարից տարբեր քառանիշ թվեր:

2. Վեց ձկնորսներ միասին բռնեցին 100 ձուկ, ընդ որում բոլորը տարբեր քանակի: Պարզվեց, որ եթե նրանցից ցանկացածը իր ձկները բաժանի մյուսների միջև (բաժանելու ձև է նաև որևէ մեկին ձուկ չտալը), ապա հինգն էլ կունենան հավասար քանակի ձկներ: Ապացուցել, որ կա ձկնորս, որ եթե իր բաժին ձուկը տանի տուն, ապա մնացած հինգի համար նույնը կարելի է անել (բերել օրինակ):

**Լուծում.** Խնդրի տվյալներից ակնհայտ է, որ ոչ մի ձկնորս 20-ից ավել ձուկ չի որսացել և կա ձկնորս, որը բռնել է ճիշտ 20 ձուկ (հակառակ դեպքում  $19+18+17+16+15+14=99$ ): Հետևաբար եթե 20 ձուկ որսացողը իր ձկները տուն տանի, մնացածից ցանկացածը նույն ձևով բաժանելով բոլորին հավասար քանակ կստացվի:

Օրինակ 20;19;18;17;16;10

3. Աշակերտների խմբից յուրաքանչյուրը հաճախել է կամ կինո կամ թատրոն, իսկ մի մասն էլ՝ և կինո և թատրոն: Հայտնի է, որ թատրոն գնացողների խմբում տղաների քանակը չի գերազանցում երեք տասներորդը, իսկ կինո գնացողների խմբում տղաների քանակը չի գերազանցում հինգ տասներկուերորդը: Ինչպիսի ամենափոքր մաս են կազմում աղջիկները ամբողջ խմբում: Բերել օրինակ:

**Լուծում.** Աղջիկների քանակը կլինի ամենաքիչը, եթե նրանք լինեն և կինո գնացողը և թատրոն գնացողը, իսկ կինո և թատրոն գնացող տղաների բազմությունները ընդհանուր էլեմենտ չունենան: Ենթադրենք  $x$  հոգի գնացել է թատրոն, իսկ  $y$  հոգի կինո: Աղջիկների քանակը կլինի ամենաքիչը, եթե թատրոն գնացող տղաները լինեն  $\frac{3}{10}x$ , իսկ կինո գնացող տղաները  $\frac{5}{12}y$ : Հետևաբար  $\frac{7}{10}x = \frac{7}{12}y$ :  $y = \frac{6}{5}x$ : Բոլոր աշակերտները կլինեն  $\frac{3}{10}x + \frac{5}{12}y + \frac{7}{10}x = \frac{3}{2}x$ : Ուստի աղջիկների քանակը կկազմի  $\left(\frac{7}{10}x\right) : \left(\frac{3}{2}x\right) = \frac{7}{15}$  մասը:

Օրինակ, եթե խմբում 15 հոգի են և 7 աղջիկ կա, որոնք հաճախել են և թատրոն և կինո, ապա թատրոն հաճախել է 3 տղա, իսկ կինո 5 տղա:

4. ABC եռանկյան մեջ  $\angle A$ -ն երեք անգամ մեծ է  $\angle C$ -ից: BC կողմի վրա վերցված է D կետն այնպես, որ  $\angle ADC$ -ն երկու անգամ մեծ է  $\angle C$ -ից: Ապացուցել, որ՝

ա)  $\angle C$ -ն փոքր չէ  $30^\circ$

բ)  $AB + AD = BC$  :

#### Լուծում

ա. Եթե անկյուն C-ն լինի փոքր 30 աստիճանից, ապա անկյուն ADC-ն կլինի փոքր 60 աստիճանից, իսկ անկյուն A-ն կլինի փոքր 90 աստիճանից, մինչդեռ անկյուն DAC-ն ստացվում է մեծ 90 աստիճանից (որովհետև եռանկյան ներքին անկյունների գումարը 180 աստիճան է), հետևաբար անկյուն C-ն մեծ է կամ հավասար 30 աստիճանից:

բ. BA ճառագայթի վրա վերցնենք  $AE = AD$ : Միացնենք E կետը C-ին: Նշանակենք անկյուն C-ն  $x$ -ով, անկյուն  $ADC = 2x$ , անկյուն  $BAC = 3x$ , անկյուն  $DAC = 180 - 3x$ , անկյուն  $EAC = 180 - 3x$ : Դիտարկենք եռանկյունի ADC և եռանկյունի EAC-ն: Նրանք հավասար են, ըստ երկու կողմի և նրանցով կազմված անկյան: Հետևաբար անկյուն  $\angle ACE = x$ , իսկ անկյուն  $\angle AEC = 2x$ : Ստացվեց, որ եռանկյունի EBC-ն հավասարասրուն է,  $BE = BC$ , հետևաբար  $AB + AD = BC$ :