1)Դիցուք տրված է $\frac{x}{y}+\frac{x+1}{y+1}=n$ հավասարումը, որտեղ x,y,n թվերը բնական են:Ապացուցեք, որ գոյություն ունի n-ի անվերջ շատ արժեքներ այնպես, որոնց դեպքում հավասարումը լուծում ունի:

Լուծում: Դիցուք y=1, որտեղից է $\frac{x}{1}+\frac{x+1}{2}=n$, հետևաբար է $\frac{3x+1}{2}=n$:

Երբ x=2k+1, ապա n= 3k+2, հետևաբար n=3k+2 տեսքի թվերի համար (2k+1,1), $k\in$ N թվազույգը հավասարման լուծում է:

2) ABC (AB>AC)եռանկյան արտագծած շրջանագծին A կետով տարված է շոշափողը BC ուղիղը հատում է K կետում, իսկ B կետով AK-ին տարված զուգահեռ ուղիղը AC ուղիղը հատում է D կետում: Դիցուք E-ն A կետի համաչափն է B կետի նկատմամբ, իսկ F-ը A-ի համաչափն է D կետի նկատմամբ: Ապացուցեք, որ B,C,F,E կետերով անցնում է շրջանագիծ:

Լուծում: Քանի, որ $\angle KAC=\angle ABC$ և $AK\parallel BD$, ուստի $\angle BDA=\angle DAK$, որտեղից $\angle ABC=\angle BDA$: Քանի, որ AB=BE ,AD=DF, ուստի $FE\parallel BD$, որտեղից $\angle ABC=\angle BDA=\angle EFC$, որտեղից B,E,F,C կետերով անցնում է շրջանագիծ:

3) Մաթեմիայում կա 10 քաղաք, որոնք իրար են միացված ավտոմոբիլային ճանապարհներով: Բարեփոխումների շրջանակում Մաթեմիայի թագավորը հանձնարարում է ցանկացած երկու քաղաքների միջև ապահովել կա՛մ օդային (ինքնաթիռով) կա՛մ երկաթուղային (գնացքով) տրանսպորտային կապ, ընդ որում երկու քաղաքների միջև չի միաժամանակ կարող լինել երկաթուղային և օդային կապ: Մաթեմիայի թագավորը վախենում է ինքնաթիռով թռիչքներից, ուստի տրանսպորտի նախարարը ցանկանում է այնպես կազմակերպել երթևեկությունը, որ թագավորը ցանկացած քաղաքից ցանկացած այլ քաղաք կարողանա հասնել գնացքի միջոցով: Առավելագույնը քանի՞ օդային երթուղի պետք է թույլատրել Մաթեմիայում, որպեսզի ավիաընկերությունների կողմից օդային թռիչքների կազմակերպումից անկախ թագավորը կարողանա այցելել բոլոր քաղաքները:

Լուծում: Հարթության վրա քաղաքները նկարենք կետի տեսքով և $A_1, A_2, \dots, A_{10}$: Ինքնթիռով ճանապարհները ներկենք սպիտակ, իսկ երկաթգծի ճանապարհները՝ սև:

Դիցուք A_1A_2, A_1A_3, $A_1A_{4,}, \cdots, A_1A_{10}$ ճանապարհները ներկված են սպիտակ գույնով: Այդ դեպքում մրջյունը A_1-ից A_2 սև ճանապարհով չի կարող տեղաշարժվել, հետևաբար $n\leq 8$:

Ապացուցենք, որ $n=8$ դեպքում կայայական ձևով ներկելու դեպքում մրջյունը կամայական կետից կարող է տեղաշարժվել կամայական այլ կետ անցնելով միայն սև ճանապարհներով: Քանի, որ ճանապարհների քանակը $\frac{10\cdot 9}{2}=45$, որտեղից սև ճանապարհների քանակը է 37, հետևաբար գոյություն ունի կետ, որից դուրս է գալիս առնվազն 4 սև ճանապարհ: Ենթադրենք այդ կետը A_1-ն է և այն միացված է սև ճանապարհով A_2, A_3, A_4, A_5 կետերի հետ: Ենթադրենք A_1-ից A_6 հնարավոր չէ տեղաշարժվել սև ճանապարհներով: Այդ դեպքում A_1A_6, A_2A_6 $A_3A_{6,}, A_4A_6, A_5A_6$ ճանապարհները սպիտակ են և գոյություն ունի $A_i(i=7,8,9,10)$կետ այնպես, որ A_6A_iճանապարհներից գոնե մեկը սև է, հակառակ դեպքում սպիտակ ճանապահների քանակը մեծ կամ հավասար է 9: Ենթադրենք A_6A_7 սև է: Այդ դեպքում A_7-ը A_2, A_3, A_4, A_5 կետերից գոնե մեկի հետ միացված է սև ճանապարհով, հակառակ դեպքում A_2A_7, A_3A_7 A_4A_7, A_5A_7 ճանապարհները սպիտակ են և A_1A_6, A_2A_6 $A_3A_{6,}, A_4A_6, A_5A_6$ ևս ճանապարհները սպիտակ էին, որտեղից $n\geq 9$, որը հակասություն է: