

# ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՆԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ

9-րդ դասարան

Առաջին օր (19 փետրվարի 2022թ)

1. Դիցուք տրված է

$$\frac{x}{y} + \frac{x+1}{y+1} = n$$

հավասարումը, որտեղ  $x, y$  և  $n$  թվերը բնական են:

ա) Լուծել հավասարումը, երբ  $n = 6$ :

բ) Ապացուցել, որ անվերջ քանակությամբ  $n$  բնական թվերի համար հավասարումն ունի լուծում:

2. Դիցուք  $ABC$  եռանկյանն ( $AB > AC$ ) արտագծած շրջանագծին  $A$  կետով տարված է շոշափողը  $BC$  ուղիղը հատում է  $K$  կետում, ընդ որում  $CK < BC$ , իսկ  $B$  կետով  $AK$ -ին տարված զուգահեռ ուղիղը  $AC$  ուղիղը հատում է  $D$  կետում: Դիցուք  $E$ -ն  $A$  կետի համաչափն է  $B$  կետի նկատմամբ,  $F$ -ը  $A$ -ի համաչափն է  $D$  կետի նկատմամբ, իսկ  $P$ -ն  $A$ -ի համաչափն է  $C$  կետի նկատմամբ: Ապացուցել, որ

ա)  $P$  կետը գտնվում է  $CD$  հատվածի վրա:

բ)  $\angle CBP = \angle DEF$ :

3. Մաթեմիայում կա 20 քաղաք, որոնք իրար են միացված ավտոմոբիլային ճանապարհներով: Բարեփոխումների շրջանակում Մաթեմիայի թագավորը հանձնարարում է ցանկացած երկու քաղաքների միջև ապահովել կան օդային (ինքնաթիռով) կան երկաթուղային (գնացքով) տրանսպորտային կապ, ընդ որում երկու քաղաքների միջև չի միաժամանակ կարող լինել երկաթուղային և օդային կապ: Մաթեմիայի թագավորը վախենում է ինքնաթիռով թռիչքներից, ուստի տրանսպորտի նախարարը ցանկանում է այնպես կազմակերպել երթևեկությունը, որ թագավորը ցանկացած քաղաքից ցանկացած այլ քաղաք կարողանա հասնել գնացքի միջոցով: Առավելագույնը քանի՞ օդային երթուղի պետք է թույլատրել Մաթեմիայում, որպեսզի ավիաընկերությունների կողմից օդային թռիչքների կազմակերպումից անկախ թագավորը կարողանա այցելել բոլոր քաղաքները:

Աշխարհամանակը 4 ժամ

Յուրաքանչյուր խնդիր գնահատվում է առավելագույնը 7 միավոր