

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՆԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ

10-րդ դասարան

Առաջին օր (19 փետրվարի 2022թ)

1. Դիցուք արված է

$$\frac{x}{y} + \frac{x+1}{y+1} + \frac{x+2}{y+2} = n$$

հավասարումը, որպեսզի x, y և n թվերը բնական են:

ա) Լուծել հավասարումը, երբ $n = 3$:

բ) Ապացուցել, որ անվերջ քանակությամբ n բնական թվերի համար հավասարումն ունի լուծում:

2. Դիցուք H -ը ABC եռանկյան ($AC < AB$) բարձրությունների հատման կետն է, իսկ M -ը BC կողմի միջնակետն է: Դիցուք AB և AC կողմերի վրա նշել են X և Y կետերն այնպես, որ AH ուղիղը անցնում է XY հարվածի միջնակետով: Ապացուցել, որ MH և XY ուղիղները փոխուղղահայաց են:

3. Շախմատի մրցաշարին մասնակցեցին n շախմատիստներ և նրանցից յուրաքանչյուր երկուսն իրար հետ խաղացին մեկական անգամ: Յուրաքանչյուր շախմատիստ հաղթանակի համար ստացավ 1 միավոր, իսկ ոչ-ոքիի համար 0.5 միավոր: Դիցուք a_1, a_2, \dots, a_n թվերը համապատասխանաբար 1-ին, 2-րդ, 3-րդ, ..., n -րդ շախմատիստների վաստակած միավորներն են: Ապացուցել, որ

$$\frac{1}{(a_1 + 1)(a_1 + 2)} + \frac{1}{(a_2 + 1)(a_2 + 2)} + \dots + \frac{1}{(a_n + 1)(a_n + 2)} < 1 :$$

Աշխատաժամանակը 4 ժամ

Յուրաքանչյուր խնդիր գնահատվում է առավելագույնը 7 միավոր